

# Mathématiquement, Elles

Une rencontre scientifique à l'occasion de la remise de la légion d'honneur à Sylvie Paycha

13.45 - 14.25 : exposé de Marie-Francoise Roy  
14.35 - 15.15 : exposé de Michèle Vergne  
15.15 - 15.30 : pause  
15.30 - 16.10 : exposé de Sylvie Paycha  
16.15 : remise Légion d'honneur suivie d'un pot.

---

**13.45** - Marie-Françoise Roy, Institut de recherches mathématiques de Rennes

## Une approche effective du 17<sup>ème</sup> problème de Hilbert

Le 17<sup>ème</sup> problème d'Hilbert demande si un polynôme en plusieurs variables partout positif s'exprime comme une somme de carrés de fractions rationnelles. La réponse est oui mais la preuve d'Artin de 1924, très indirecte, ne donne pas de construction de cette somme de carrés. Kreisel, par des techniques de théorie de la démonstration, a prouvé dans les années 1950 des bornes primitive récursives sur les degrés des numérateurs et dénominateurs des fractions rationnelles. Dans un travail récent avec Henri Lombardi et Daniel Perrucci, nous donnons des bornes élémentairement récursives, à savoir une tour de 5 exponentielles en utilisant notamment des identités algébriques basées sur des progrès récents dans les algorithmes de la géométrie algébrique réelle. L'exposé ne rentrera évidemment pas dans les détails techniques de ce long article mais s'attachera à présenter l'historique de la question et à introduire les idées principales de notre travail.

---

**14.35** - Michèle Vergne, Institut de mathématiques de Jussieu, Académie des sciences

## Un problème simple posé par le calcul quantique

Un qubit est un vecteur de norme 1 dans l'espace vectoriel complexe à deux dimensions. Superposer  $N$  qubits nous conduit à étudier un élément  $q$  de norme 1 dans un espace vectoriel à  $2^N$  dimensions. Lorsque  $q$  varie dans cet espace, les traces partielles de  $q$  varient dans un polytope convexe à  $N$  dimensions. Il est alors facile de décrire ce polytope sur lequel nous construirons une mesure.

---

**15.30** - Sylvie Paycha, Laboratoire de mathématiques de Clermont-Ferrand, Institut für Mathematik, Postdam

## Portraits de mathématiciennes aux « quatre coins du monde »

Je rendrai hommage à dix mathématiciennes rencontrées dans divers pays en relatant leurs parcours sur la base de leurs réponses à un petit questionnaire.

Vendredi 3 octobre 2014

## Sylvie Paycha et la renormalisation

Nous vivons dans un espace à trois dimensions : la longueur, la largeur et la profondeur. En multipliant ces trois quantités entre elles, on obtient le volume d'un parallélépipède rectangle. Il est alors possible d'attribuer un volume à toute région bornée de l'espace en la remplissant avec des volumes comme ci-dessus mais infiniment petits, puis en sommant (ou plutôt en *intégrant*) le tout.

Les mathématiciens utilisent couramment des espaces ayant un nombre plus élevé de dimensions, dans lesquels on peut encore définir et calculer des volumes, qui s'exprimeront en *mètres à la puissance  $d$* , où  $d$  est le nombre de dimensions. Les espaces à une *infinité* de dimensions sont également très répandus : ils jouent même un rôle essentiel dans la formulation de la physique quantique, c'est-à-dire la physique à l'échelle atomique et subatomique. Dans ces espaces, la notion de volume devient extrêmement délicate à définir et à manipuler, et prend beaucoup trop souvent la valeur zéro ou la valeur infinie. La théorie quantique des champs (une branche de la physique quantique) utilise pourtant de manière cruciale cette notion impossible à définir rigoureusement (sauf cas très particuliers).

Il existe de multiples manières de définir une notion qui se rapproche de celle de volume : il s'agit bien souvent d'un procédé de *renormalisation*, qui extrait une quantité *finie* d'une quantité infinie. Malgré tout le soin apporté à cette opération, certaines propriétés essentielles du volume sont altérées. Ces défauts donnent lieu à des phénomènes au contenu mathématique très riche, appelés *anomalies* par les physiciens. Sylvie Paycha a développé et inventé une palette d'outils essentiels pour une compréhension renouvelée de ces phénomènes : parmi ceux-ci, les *déterminants renormalisés* et les *traces renormalisées* tiennent une place éminente.

Dans ses travaux les plus récents, Sylvie Paycha utilise la renormalisation au-delà du cadre de la physique, pour attaquer des problèmes de géométrie et de théorie des nombres. Elle a ainsi apporté un éclairage profondément novateur à la géométrie des cônes polyédraux, en montrant comment renormaliser certaines intégrales sur ces cônes, ou certaines sommes infinies indexées par les points à coordonnées entières à l'intérieur de ceux-ci.

Vendredi 3 octobre 2014

Laboratoire de mathématiques, Université Blaise Pascal, campus des Cézeaux



# L'Association *femmes & mathématiques*, quelques repères

Marie-Françoise Roy  
professeure émérite à l'Université de Rennes 1  
première présidente de *femmes & mathématiques*

La nomination de Sylvie Paycha comme chevalier de la Légion d'Honneur est l'occasion de présenter l'association *femmes & mathématiques* et les grandes étapes de son développement, en insistant plus particulièrement sur la période 1992-1995, période où Sylvie Paycha en était présidente.

Je me suis basée sur un texte écrit par Annick Boisseau et Véronique Slovacek-Chauveau pour la période 1987-2004 et des indications de Laurence Broze pour la dernière décennie.

## Présentation de *femmes & mathématiques*

Peu de filles dans les filières techniques et scientifiques, peu de femmes dans les métiers scientifiques, en particulier en mathématiques, c'est de ce constat et de la volonté d'y remédier qu'est née en 1987 l'association femmes et mathématiques.

Elle compte actuellement environ deux cent membres, pour l'essentiel des mathématiciennes travaillant à l'Université ou dans des organismes de recherche et des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire ou de classes préparatoires mais aussi des sociologues, des philosophes et des historiennes s'intéressant à la question des femmes dans les milieux scientifiques.

## Ses principaux objectifs :

- Encourager la présence des filles dans les études mathématiques et plus généralement scientifiques et techniques.
- Agir pour la parité dans les métiers des mathématiques et pour le recrutement de plus de femmes en mathématiques dans les universités.
- Promouvoir la participation des femmes dans les milieux mathématiques.
- Sensibiliser la communauté scientifique et éducative à la question de l'égalité femme/homme.
- Être un lieu de rencontre entre mathématiciennes.

Les activités de l'association sont nombreuses et très variées, notamment l'organisation du Forum des Jeunes Mathématiciennes, avec le CNRS, des journées « les filles et les maths, une équation lumineuse », pour les lycéennes, des Journées Parité avec de nombreuses organisations de la communauté mathématique (voir <http://www.femmes-et-maths.fr/> pour l'ensemble des activités).

## Les grandes étapes

Les grandes étapes de développement de l'association sont les suivantes

1987-89 : la création de *femmes et maths*

1989-92: les premières actions en direction du grand public

1992-95 : *femmes et mathématiques* structure son action

1996-99: les activités se diversifient

2000-01 : la création de *femmes et sciences*

2001-04 : autour de l'exposition « femmes en maths : pourquoi pas vous ? ».

2004 et au delà : la synergie avec les différentes organisations de la communauté mathématique et la reconnaissance institutionnelle

Vendredi 3 octobre 2014

Laboratoire de mathématiques, Université Blaise Pascal, campus des Cézeaux



Les présidentes de l'association ont été successivement Marie-Françoise Roy, Françoise Delon, Michèle Audin, Catherine Goldstein, Sylvie Paycha, Colette Guillopé, Julianne Unterberger, Christine Charretton, Véronique Slovacek-Chauveau, Véronique Lizan, Laurence Broze.

### La période 1992-95 : *femmes et mathématiques* structure son action

En 1992, l'Institut Henri Poincaré est en cours de rénovation afin de devenir la Maison des mathématiciens : y est en particulier prévu l'installation du centre Émile Borel (centre de trimestres thématiques) et de locaux pour les sociétés savantes de mathématiques ou de physique. L'association *femmes et mathématiques* y obtient un bureau. Elle y tient des permanences régulières, l'organisation du fonds documentaire de l'association et la réalisation de fichiers ressources sont maintenant au programme. L'association bénéficie d'une subvention du Bureau du droit des femmes au ministère de l'Emploi, ce qui permet l'installation du bureau, la mise en place d'une revue *femmes & math*, ainsi que l'organisation de débats et de réunions scientifiques.

Cet utile ancrage parisien et ces financements favorisent une authentique délocalisation : une des assemblées générales de l'association a désormais lieu tous les ans en province. L'information en direction des étudiantes se met en place, comme les actions organisées à l'occasion de la journée de la femme en 1995 dans cinq universités françaises. Un module de formation pour favoriser l'égalité des chances est mis au point avec d'autres associations et proposé dans certains Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM).

L'association lance le forum des jeunes mathématiciennes, une rencontre de jeunes mathématiciennes afin de favoriser leur intégration dans le milieu mathématique.

Un atelier international sur les notions de renormalisation en mathématiques et en physique se tient en juin 1996 à l'IHP (organisé conjointement avec European Women in Mathematics).

Depuis cette période, le nombre de membres dépasse 150. L'association comprend aussi d'autres scientifiques, notamment des informaticiennes, ainsi que des sociologues, des philosophes.

« **Rencontres entre artistes et mathématiciennes, Toutes un peu les autres** », textes de Thérèse Chotteau, Francine Delmer, Pascale Jakubowski, Sylvie Paycha, Jeanne Peiffer, Yvette Perrin, Véronique Roca, Bernadette Taquet, Bibliothèque du féminisme, l'Harmattan, 2001.

Cet ouvrage richement illustré est le fruit de rencontres entre artistes et mathématiciennes qui confrontent leurs expériences de recherche dans les domaines qui sont les leurs. Comment élabore-t-on une sculpture ? Une structure sonore ? Un théorème ? Quels états émotionnels, quels rapports avec le fait d'être des femmes, ces activités créatrices engendrent-elles ?

Sans être une publication de *femmes & mathématiques* cet ouvrage met en évidence les questionnements que l'association a encouragés !

Vendredi 3 octobre 2014

Laboratoire de mathématiques, Université Blaise Pascal, campus des Cézeaux

