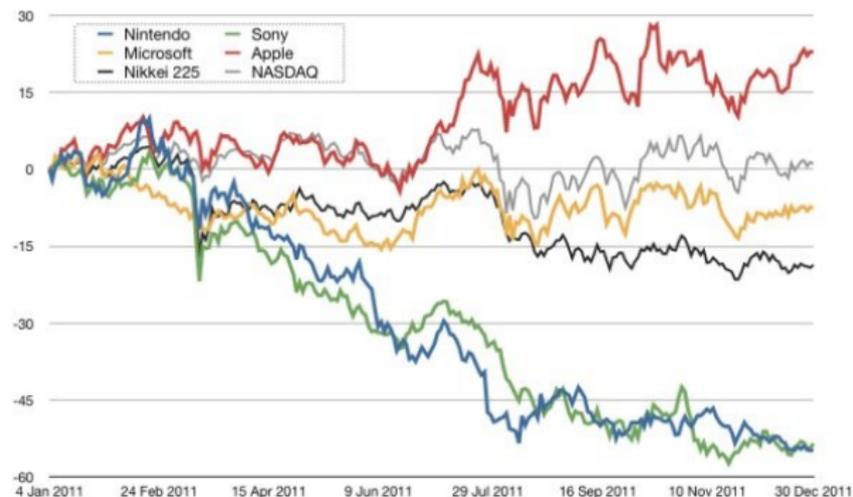


Fractales et dimension

Signaux irréguliers

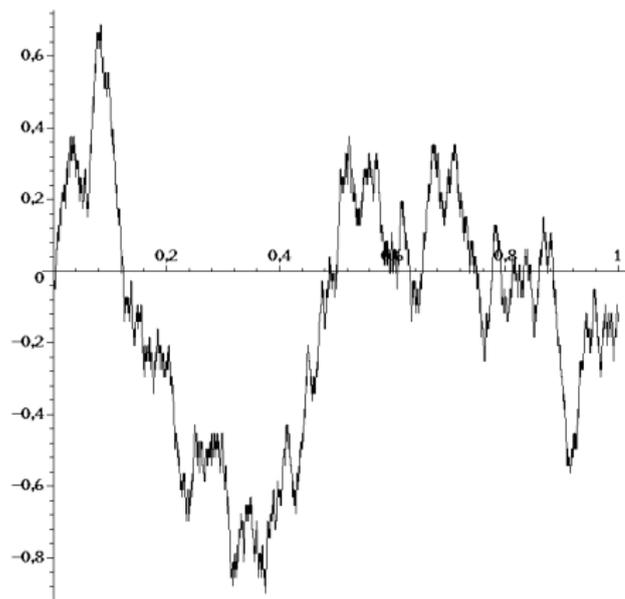
Analyse des tendances microscopiques.

Exemple 1 : Indices et actions, données expérimentales.



Signaux irréguliers

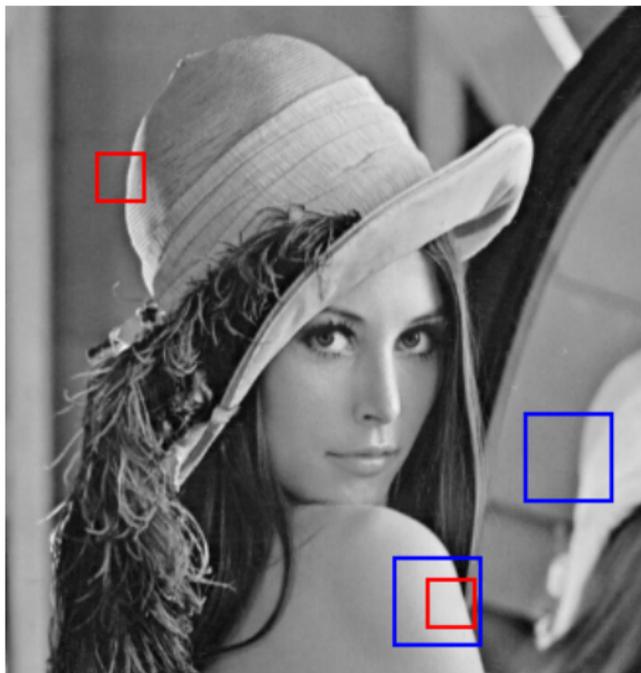
Exemple 2 : Courbe du mouvement brownien sur la droite



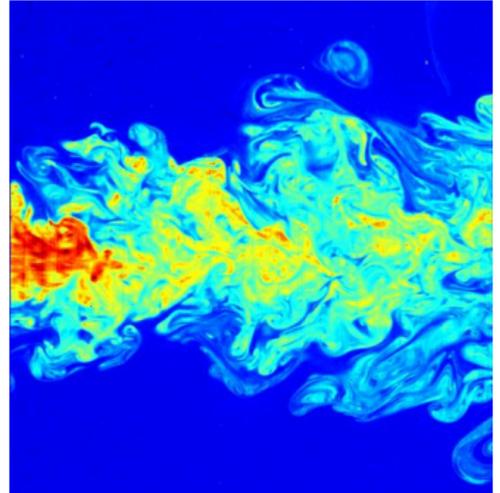
Distance de la particule au point de départ, en fonction du temps.

Compression d'images

La compression fractale d'image stocke les données numériques caractérisant les transformations entre fenêtres de taille différente présentant des motifs semblables.

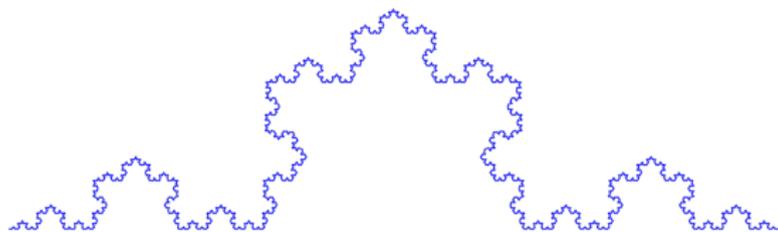


Turbulence



Observation et modélisation d'un phénomène de turbulence.

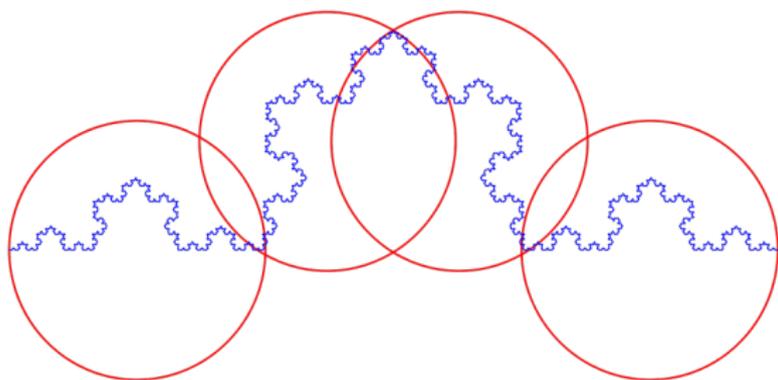
Outils mathématiques d'analyse



On recouvre la courbe par $N(\epsilon)$ boules de rayon ϵ .

Le réel d tel que $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-d}$ est une **dimension** de la courbe.

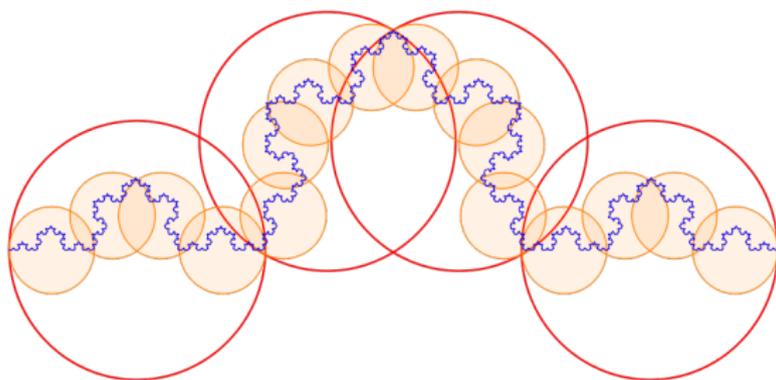
Outils mathématiques d'analyse



On recouvre la courbe par $N(\epsilon)$ boules de rayon ϵ .

Le réel d tel que $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-d}$ est une **dimension** de la courbe.

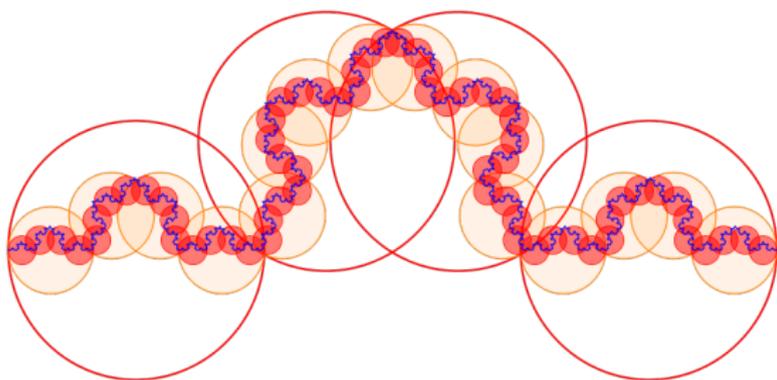
Outils mathématiques d'analyse



On recouvre la courbe par $N(\epsilon)$ boules de rayon ϵ .

Le réel d tel que $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-d}$ est une **dimension** de la courbe.

Outils mathématiques d'analyse



On recouvre la courbe par $N(\epsilon)$ boules de rayon ϵ .

Le réel d tel que $N(\epsilon) \sim \epsilon^{-d}$ est une **dimension** de la courbe.

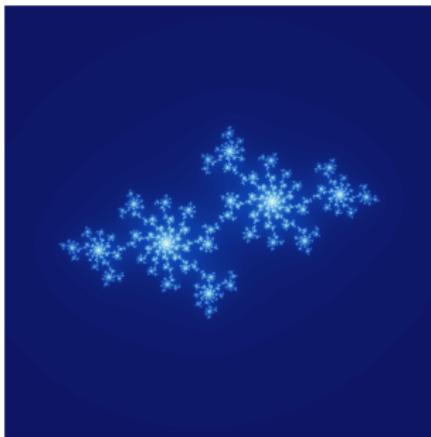
Courbes versus dimension

Outils mathématiques d'analyse

Dans la théorie, on analyse les modèles à l'aide d'outils beaucoup plus sophistiqués, tels les **mesures et dimensions de Hausdorff**.

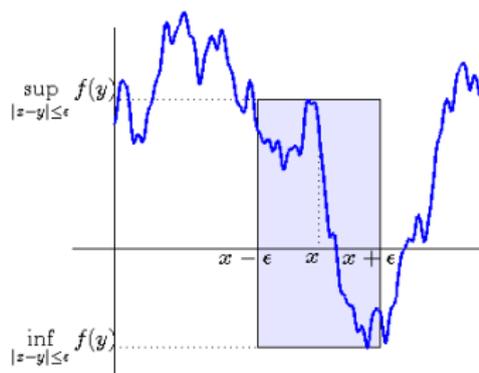
On peut ainsi parler de la dimension d'un ensemble quelconque, indépendamment de ses propriétés géométriques.

Les dimensions comprises entre 0 et 1 correspondent à des ensembles qui forment une **poussière de Cantor** (B. Mandelbrot).



Multifractales

Beaucoup de signaux sont non seulement irréguliers, mais de plus non homogènes. On les appelle des **multifractales**.



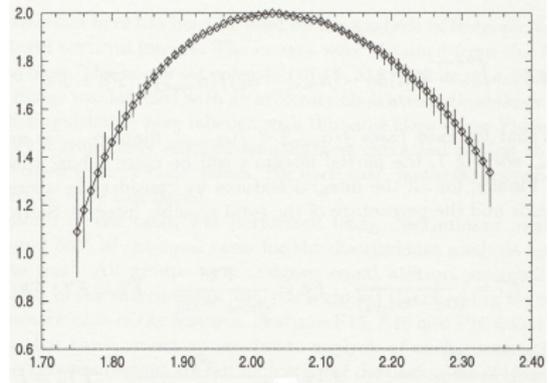
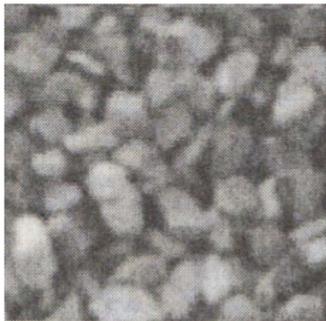
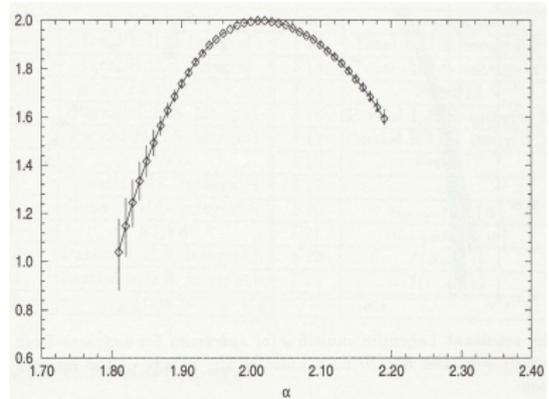
Soit $H(x)$ une mesure de l'irrégularité, et $E(H)$ l'ensemble des points tels que $H(x) = H$.

Le **spectre multifractal** est une fonction du type $H \mapsto \dim(E(H))$.

Il donne d'importantes indications sur les propriétés d'irrégularité internes d'un signal.

Multifractales

Deux textures de roches et leurs spectres



Multifractales

Construction d'un objet multifractal

