Limite d'échelle de quadrangulations planaires aléatoires

Neuvième Colloque "Jeunes Probabilistes et Statisticiens"

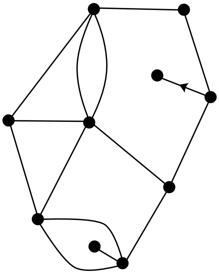
Mont-Dore

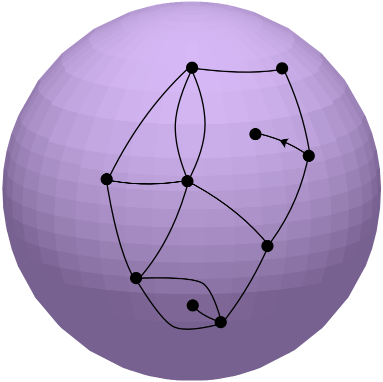
Jérémie BETTINELLI

Université Paris-Sud 11

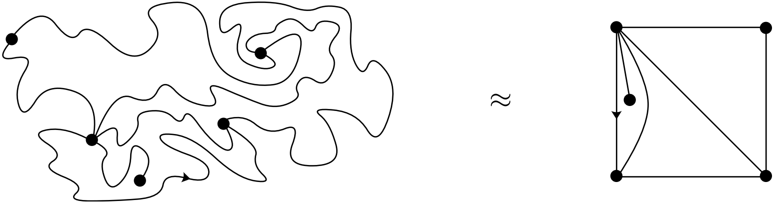
Mai 2010

Cartes, faces, racine

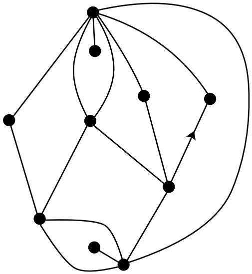




Cartes isomorphes



Quadrangulations



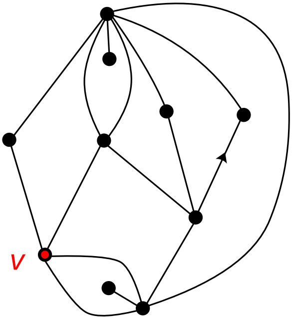
Comptage des quadrangulations planaires

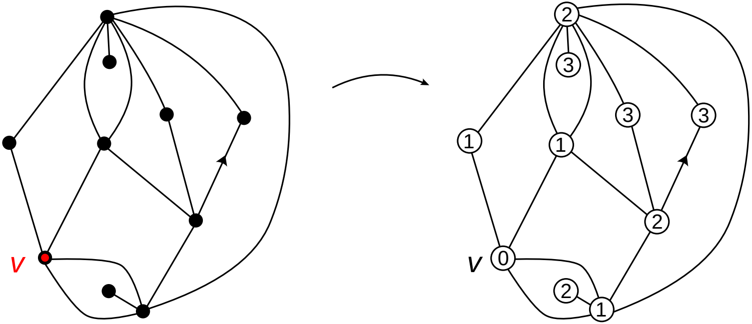
Théorème

Le nombre de quadrangulations planaires enracinées à n faces est

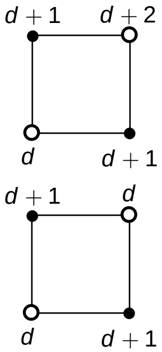
$$\frac{2}{n+2} 3^n Cat_n.$$

Bijection de Schaeffer : quadrangulations → arbres

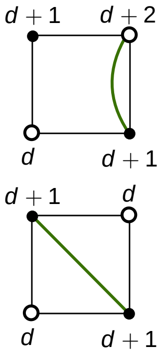



v
v
2
3
1
1
3
3
2
0
2
1

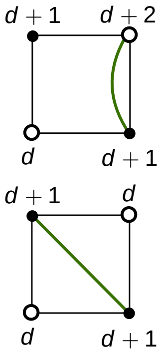
Bijection de Schaeffer : quadrangulations $\rightarrow$ arbres

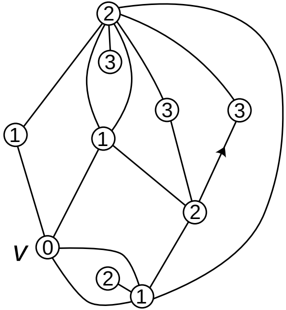


Bijection de Schaeffer : quadrangulations $\rightarrow$ arbres

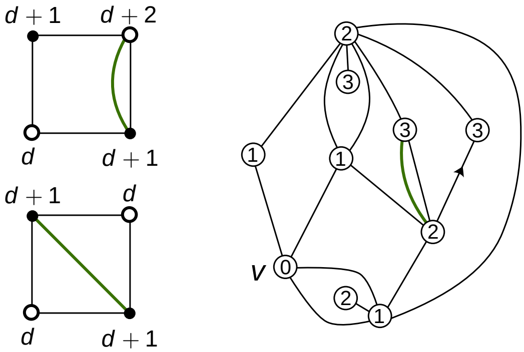


Bijection de Schaeffer : quadrangulations → arbres

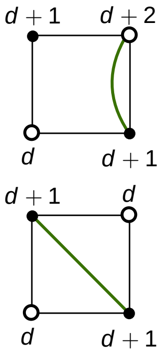


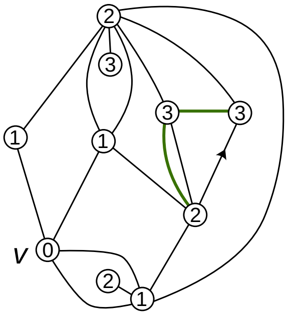


Bijection de Schaeffer : quadrangulations → arbres

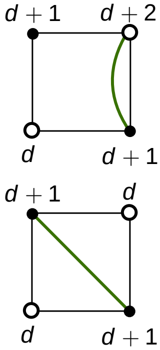


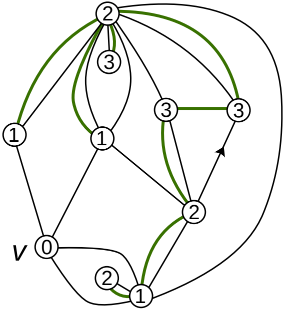
Bijection de Schaeffer : quadrangulations $\rightarrow$ arbres



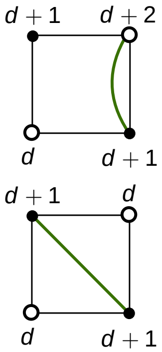


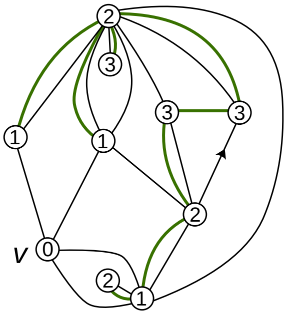
Bijection de Schaeffer : quadrangulations $\rightarrow$ arbres

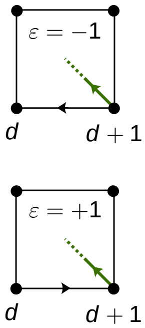




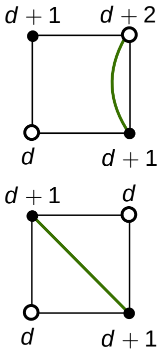
Bijection de Schaeffer : quadrangulations $\to$ arbres

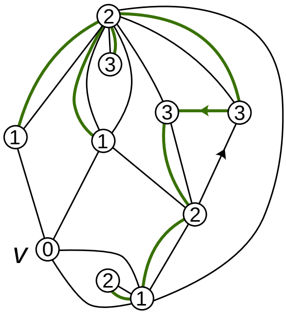


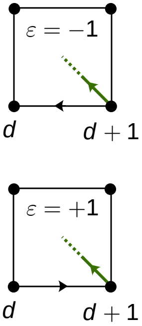




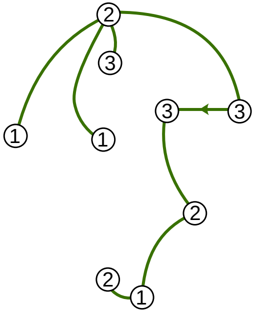
Bijection de Schaeffer : quadrangulations → arbres





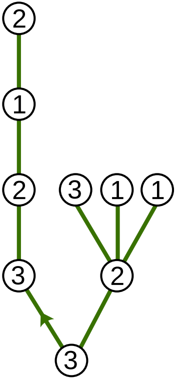


Bijection de Schaeffer : quadrangulations $\to$ arbres

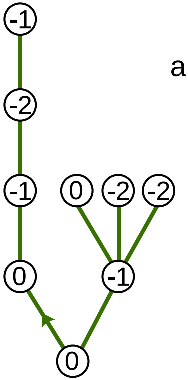


$\varepsilon = +1$

Bijection de Schaeffer : quadrangulations → arbres

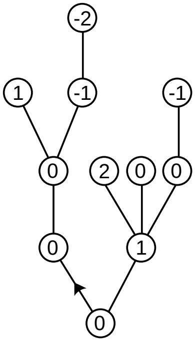


Bijection de Schaeffer : quadrangulations → arbres

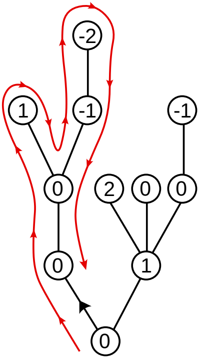


arbre bien étiqueté

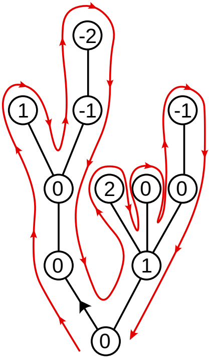
Processus de contour et d’étiquettes



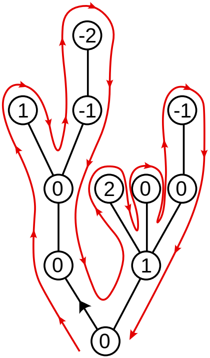
Processus de contour et d'étiquettes

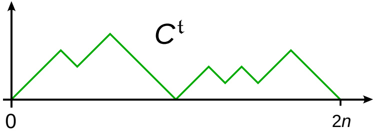


Processus de contour et d'étiquettes

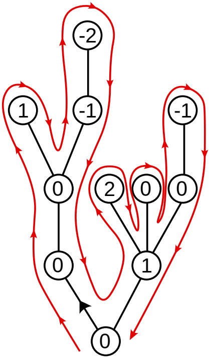


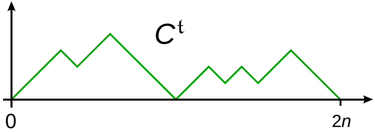
Processus de contour et d'étiquettes

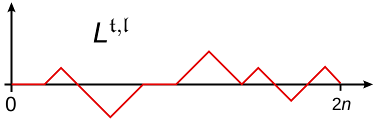




Processus de contour et d'étiquettes







Processus de contour et d'étiquettes

- $(\mathfrak{t}_n, \mathfrak{l}_n)$ uniforme
- $C_n := C^{\mathfrak{t}_n}$ et $L_n := L^{\mathfrak{t}_n, \mathfrak{l}_n}$

Théorème (Chassaing, Marckert, Schaeffer)

$$\left(\left(\frac{C_n(2ns)}{(2n)^{\frac{1}{2}}} \right)_{0 \le s \le 1}, \left(\frac{L_n(2ns)}{\left(\frac{8n}{9}\right)^{\frac{1}{4}}} \right)_{0 \le s \le 1} \right) \xrightarrow[n \to \infty]{(loi)} (\mathbf{e}, Z),$$

pour la topologie uniforme sur $\mathscr{C}([0,1], \mathbb{R})^2$.

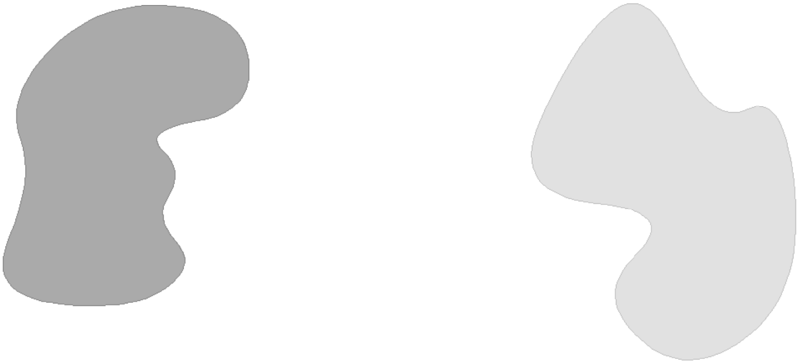
- $(\mathfrak{t}_n, \mathfrak{l}_n)$ uniforme
- $C_n := C^{\mathfrak{t}_n}$ et $L_n := L^{\mathfrak{t}_n, \mathfrak{l}_n}$

Théorème (Chassaing, Marckert, Schaeffer)

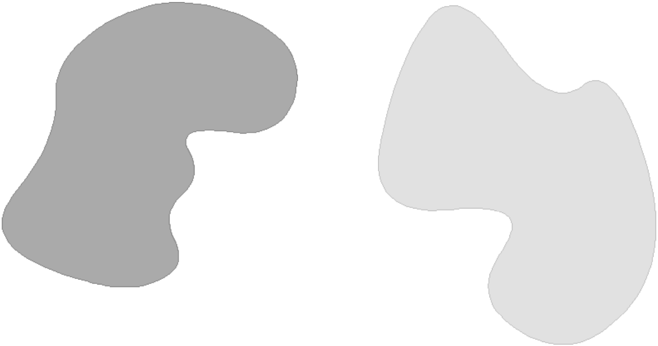
$$\left(\left(\frac{C_n(2ns)}{(2n)^{\frac{1}{2}}} \right)_{0 \le s \le 1}, \left(\frac{L_n(2ns)}{\left(\frac{8n}{9}\right)^{\frac{1}{4}}} \right)_{0 \le s \le 1} \right) \xrightarrow[n \to \infty]{\text{(loi)}} (\mathbf{e}, Z),$$

pour la topologie uniforme sur $\mathscr{C}([0,1], \mathbb{R})^2$.

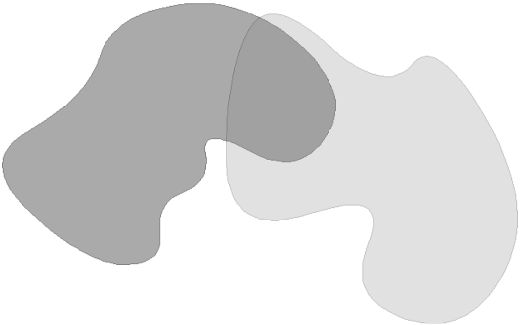
Topologie de Gromov-Hausdorff



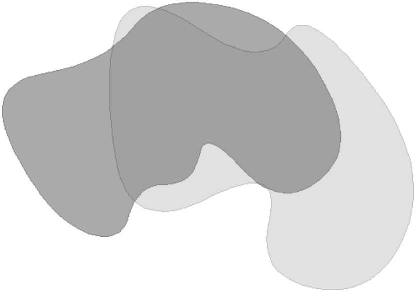
Topologie de Gromov-Hausdorff



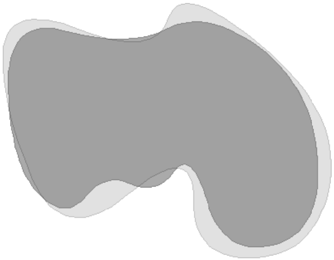
Topologie de Gromov-Hausdorff



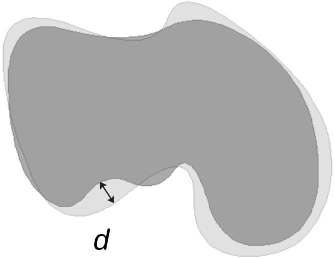
Topologie de Gromov-Hausdorff



Topologie de Gromov-Hausdorff



Topologie de Gromov-Hausdorff



Limite d'échelle (cas planaire)

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (Le Gall)

L'espace métrique $(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4} d_{gr})$ tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté (S, D).

Théorème (Le Gall)

La dimension de Hausdorff de (S, D) est p.s. 4.

Théorème (Le Gall, Paulin)

L'espace (S, D) est p.s. homéomorphe à la sphère de $\mathbb{R}^3$.

Limite d'échelle (cas planaire)

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (Le Gall)

L'espace métrique $(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4} d_{gr})$ tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté (S, D).

Théorème (Le Gall)

La dimension de Hausdorff de (S, D) est p.s. 4.

Théorème (Le Gall, Paulin)

L'espace (S, D) est p.s. homéomorphe à la sphère de $\mathbb{R}^3$.

Limite d'échelle (cas planaire)

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (Le Gall)

L'espace métrique $\left(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4}d_{gr}\right)$ tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté (S, D).

Théorème (Le Gall)

La dimension de Hausdorff de (S, D) est p.s. 4.

Théorème (Le Gall, Paulin)

L'espace (S, D) est p.s. homéomorphe à la sphère de $\mathbb{R}^3$.

Limite d'échelle (cas planaire)

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (Le Gall)

L'espace métrique $\left(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4} d_{gr}\right)$ tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté (S, D).

Théorème (Le Gall)

La dimension de Hausdorff de (S, D) est p.s. 4.

Théorème (Le Gall, Paulin)

L'espace (S, D) est p.s. homéomorphe à la sphère de $\mathbb{R}^3$.

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (B.)

L'espace métrique $\left(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4} d_{gr}\right)$ *tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté* (S, D).

Théorème (B.)

La dimension de Hausdorff de (S, D) *est p.s. 4.*

Limite d'échelle en genre supérieur à 1

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (B.)

L'espace métrique $\left(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4} d_{gr}\right)$ *tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté* (S, D).

Théorème (B.)

La dimension de Hausdorff de (S, D) *est p.s. 4.*

Limite d'échelle en genre supérieur à 1

- $\mathfrak{q}_n$ uniforme

Théorème (B.)

L'espace métrique $\left(V(\mathfrak{q}_n), n^{-1/4} d_{gr}\right)$ tend en loi pour la topologie de Gromov-Hausdorff, le long d'une sous-suite, vers un espace métrique aléatoire limite, noté (S, D).

Théorème (B.)

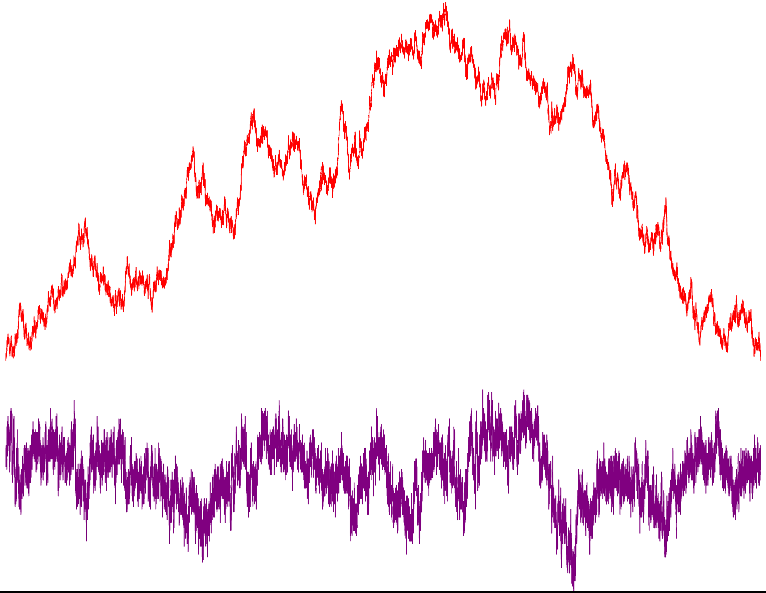
La dimension de Hausdorff de (S, D) est p.s. 4.

Arbre bien étiqueté, $2n = 100$

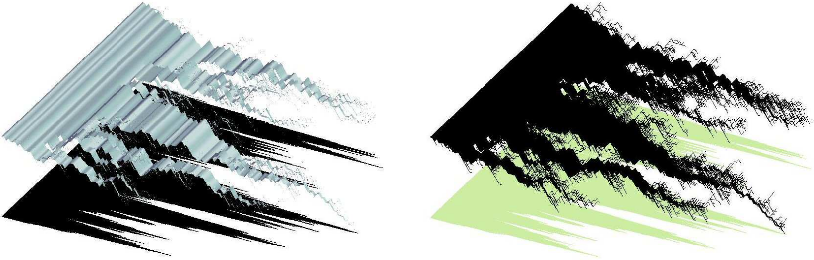
Arbre bien étiqueté, $2n = 100\,000$

Arbre bien étiqueté, $2n = 1\,000\,000$

Processus de contour et d'étiquettes, $2n = 1\,000\,000$



Serpent, $2n = 25\,000$



Merci pour votre attention !