Méthodes à Patchs pour le débruitage d'images numériques

Joseph Salmon [1]

[1]LPMA-UMR 7599
Université Paris Diderot - Paris 7

Mai 2010 - Neuvième Colloque "Jeunes Probabilistes et Statisticiens"

Introduction et Modélisation

Cadre

- Estimer une image I à partir d'une observation bruitée I

$$I = I^\star + \sigma\varepsilon \qquad (\varepsilon \text{ bruit blanc gaussien})$$

Introduction et Modélisation

Cadre

- Estimer une image I à partir d'une observation bruitée I

$$I = I^\star + \sigma\varepsilon \qquad (\varepsilon \text{ bruit blanc gaussien})$$

État de l'art

- Solution classique : moyenne locale des valeurs des pixels
- Approche « Patch » : utiliser des voisinages de pixels plutôt que les pixels seuls
- NL-Means (pour Non Local Means) : Lissage gaussien dans l'espace des patchs

Introduction et Modélisation

Cadre

- Estimer une image I à partir d'une observation bruitée I

$$I = I^\star + \sigma\varepsilon \qquad (\varepsilon \text{ bruit blanc gaussien})$$

État de l'art

- Solution classique : moyenne locale des valeurs des pixels
- Approche « Patch » : utiliser des voisinages de pixels plutôt que les pixels seuls
- NL-Means (pour Non Local Means) : Lissage gaussien dans l'espace des patchs

Introduction et Modélisation

Cadre

- Estimer une image I à partir d'une observation bruitée I

$$I = I^\star + \sigma\varepsilon \qquad (\varepsilon \text{ bruit blanc gaussien})$$

État de l'art

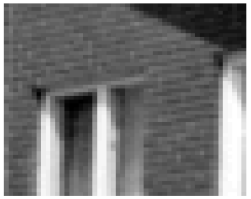
- Solution classique : moyenne locale des valeurs des pixels
- Approche « Patch » : utiliser des voisinages de pixels plutôt que les pixels seuls
- NL-Means (pour Non Local Means) : Lissage gaussien dans l'espace des patchs

Images, bruit et estimation

$I^\star$: Image idéale $N \times N$

- Pour un pixel $i = (i_1, i_2) \in [\![1, N]\!]^2, I^\star(i) \in \mathbb{R}$
- Perte L_2 (perte quadratique), norme associée : $\|\cdot\|$

Images, bruit et estimation



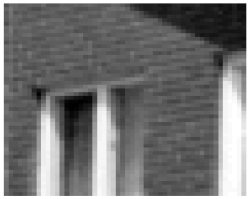
$I^\star$: Image idéale $N \times N$

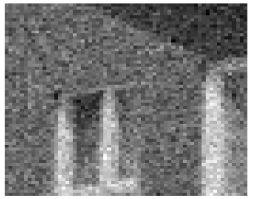
- Pour un pixel $i = (i_1, i_2) \in [\![1, N]\!]^2, I^\star(i) \in \mathbb{R}$
- Perte L_2 (perte quadratique), norme associée : $\|\cdot\|$

Observation bruitée : Modèle de régression

- $I(i) = I^\star(i) + \sigma\varepsilon(i)$
- ε bruit gaussien standard i.i.d. et $\underline{\sigma^2 \text{ connu}}$
- Autres bruits possibles...

Images, bruit et estimation





$I^\star$: Image idéale $N \times N$

- Pour un pixel $i = (i_1, i_2) \in [\![1, N]\!]^2, I^\star(i) \in \mathbb{R}$
- Perte L_2 (perte quadratique), norme associée : $\|\cdot\|$

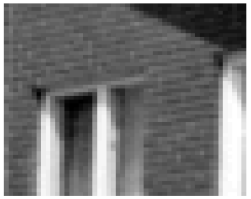
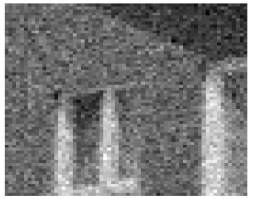
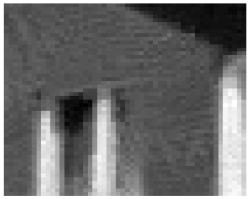
Observation bruitée : Modèle de régression

- $I(i) = I^\star(i) + \sigma\varepsilon(i)$
- ε bruit gaussien standard i.i.d. et $\underline{\sigma^2 \text{ connu}}$
- Autres bruits possibles...

Estimation

- Estimer $I^\star(i)$ par $\widehat{I}(i)$ à partir I
- Comportement non local possible...

Images, bruit et estimation

$I^\star$: Image idéale $N \times N$

- Pour un pixel $i = (i_1, i_2) \in [\![1, N]\!]^2, I^\star(i) \in \mathbb{R}$
- Perte L_2 (perte quadratique), norme associée : $\|\cdot\|$

Observation bruitée : Modèle de régression

- $I(i) = I^\star(i) + \sigma\varepsilon(i)$
- ε bruit gaussien standard i.i.d. et <u>σ^2 connu</u>
- Autres bruits possibles...

Estimation

- Estimer $I^\star(i)$ par $\widehat{I}(i)$ à partir I
- Comportement non local possible...

Méthodes à noyaux

Méthode à noyaux générique

- Estimer $I^\star(i)$ par moyenne $\widehat{I}(i) = \sum_{k \in [\![1,N]\!]^2} \theta_{i,k} I_k$
- Les poids $\theta_{i,k}$ peuvent (vont) dépendre de la position et des valeurs observées de I

Méthodes à noyaux

Méthode à noyaux générique

- Estimer $I^\star(i)$ par moyenne $\widehat{I}(i) = \sum_{k \in [\![1,N]\!]^2} \theta_{i,k} I_k$
- Les poids $\theta_{i,k}$ peuvent (vont) dépendre de la position et des valeurs observées de I

Noyau classique

- $\theta_{i,k} = \dfrac{K_h(i-k)}{\sum_{k'} K_h(i-k')}$ (pas de dépendance en I)
  - Exemple gaussien $K_h(i) = e^{-(i_1^2+i_2^2)/2h^2}$
  - Utilise la proximité spatiale uniquement

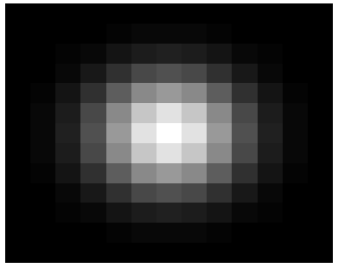
Méthodes à noyaux

Méthode à noyaux générique

- Estimer $I^\star(i)$ par moyenne $\widehat{I}(i) = \sum_{k \in [\![1,N]\!]^2} \theta_{i,k} I_k$
- Les poids $\theta_{i,k}$ peuvent (vont) dépendre de la position et des valeurs observées de I

Noyau classique

- $\theta_{i,k} = \dfrac{K_h(i-k)}{\sum_{k'} K_h(i-k')}$ (pas de dépendance en I)



- Exemple gaussien $K_h(i) = e^{-(i_1^2+i_2^2)/2h^2}$
- Utilise la proximité spatiale uniquement

Noyaux dépendants des données

Exemples

- Noyaux à fenêtre adaptative
- Seuillage en $\star$-let (dépendance complexe des poids)
- Filtrage bilatéral (dépendant de différences pixel à pixel)

Noyaux dépendants des données

Exemples

- Noyaux à fenêtre adaptative
- Seuillage en $\star$-let (dépendance complexe des poids)
- Filtrage bilatéral (dépendant de différences pixel à pixel)

Filtrage bilatéral (Tomasi et al. [TM98])

- $\theta_{i,k} = \dfrac{K_h(i,k) \times K'_{h'}(I(i) - I(k))}{\sum_{k'} K_{h'}(i-k', i-k') \times K'_{h'}(I(i) - I(k'))}$
- Version gaussienne : $\theta_{i,k} = \dfrac{e^{-\frac{(i_1-k_1)^2+(i_2-k_2)^2}{2h^2}} \times e^{-\frac{(I(i)-I(k))^2}{2h'^2}}}{\sum_{k'} e^{-\frac{(i_1-k'_1)^2+(i_2-k'_2)^2}{2h^2}} \times e^{-\frac{(I(i)-I(k'))^2}{2h'^2}}}$
  - Intuition : moyenner des pixels proches à la fois en distance et en valeur
  - Problème : non robuste car trop local...

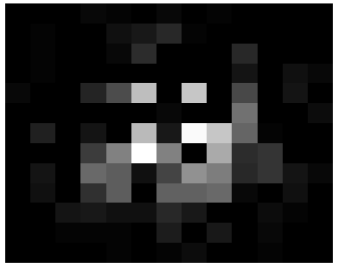
Noyaux dépendants des données

Exemples

- Noyaux à fenêtre adaptative
- Seuillage en $\star$-let (dépendance complexe des poids)
- Filtrage bilatéral (dépendant de différences pixel à pixel)

Filtrage bilatéral (Tomasi et al. [TM98])

- $\theta_{i,k} = \dfrac{K_h(i,k) \times K'_{h'}(I(i) - I(k))}{\sum_{k'} K_{h'}(i-k', i-k') \times K'_{h'}(I(i) - I(k'))}$
- Version gaussienne : $\theta_{i,k} = \dfrac{e^{-\frac{(i_1-k_1)^2+(i_2-k_2)^2}{2h^2}} \times e^{-\frac{(I(i)-I(k))^2}{2h'^2}}}{\sum_{k'} e^{-\frac{(i_1-k'_1)^2+(i_2-k'_2)^2}{2h^2}} \times e^{-\frac{(I(i)-I(k'))^2}{2h'^2}}}$



- Intuition : moyenner des pixels proches à la fois en distance et en valeur
- Problème : non robuste car trop local...

Méthodes à Patchs

Intuition

- Utiliser des poids tenant compte de la similarité des patchs :

- Patch à débruiter
- Patchs similaires : poids importants
- Patchs peu similaires : poids faibles
- Patchs très différents : poids quasi nuls

Méthodes à Patchs

Intuition

- Utiliser des poids tenant compte de la similarité des patchs :

- Patch à débruiter
- Patchs similaires : poids importants
- Patchs peu similaires : poids faibles
- Patchs très différents : poids quasi nuls

Définition des Patchs

Patchs

- Patch : version moins locale que la valeur d'un pixel
- Patch P_i^I : Sous-image dont i est le coin haut/gauche, de largeur W :
  $P_i^I(j) = I(i_1 + j_1, i_2 + j_2)$ avec $0 \leq j_1, j_2 \leq W - 1$

Définition des Patchs

Patchs

- Patch : version moins locale que la valeur d'un pixel
- Patch P_i^I : Sous-image dont i est le coin haut/gauche, de largeur W :
  $P_i^I(j) = I(i_1 + j_1, i_2 + j_2)$ avec $0 \leq j_1, j_2 \leq W - 1$

Patchs et Image

- $I \mapsto P^I$: à une image I associe la collection des $(N - W + 1)^2$ patchs P^I
- Relèvement : I est 1-D et P^I est W^2-D
- Reprojection d'une collection de patchs P^I vers une image $\tilde{I}$

Définition des Patchs

Patchs

- Patch : version moins locale que la valeur d'un pixel
- Patch P_i^I : Sous-image dont i est le coin haut/gauche, de largeur W :
  $P_i^I(j) = I(i_1 + j_1, i_2 + j_2)$ avec $0 \leq j_1, j_2 \leq W - 1$

Patchs et Image

- $I \mapsto P^I$: à une image I associe la collection des $(N - W + 1)^2$ patchs P^I
- Relèvement : I est 1-D et P^I est W^2-D
- Reprojection d'une collection de patchs P^I vers une image $\tilde{I}$

Patch et Estimation

- Problème d'estimation : Estimation de la collection de patchs $P^{I^\star}$ à partir de la collection de patchs P^I
- Problème très différent de l'estimation de $P^{I^\star}$ à partir de $P^{I^\star} + \sigma\varepsilon$ (structure du bruit différente)

Définition des Patchs

Patchs

- Patch : version moins locale que la valeur d'un pixel
- Patch P_i^I : Sous-image dont i est le coin haut/gauche, de largeur W :
  $P_i^I(j) = I(i_1 + j_1, i_2 + j_2)$ avec $0 \leq j_1, j_2 \leq W - 1$

Patchs et Image

- $I \mapsto P^I$: à une image I associe la collection des $(N - W + 1)^2$ patchs P^I
- Relèvement : I est 1-D et P^I est W^2-D
- Reprojection d'une collection de patchs P^I vers une image $\tilde{I}$

Patch et Estimation

- Problème d'estimation : Estimation de la collection de patchs $P^{I^\star}$ à partir de la collection de patchs P^I
- Problème très différent de l'estimation de $P^{I^\star}$ à partir de $P^{I^\star} + \sigma\varepsilon$ (structure du bruit différente)

Définition des NL-Means

Méthodes à noyaux et à patchs

- Estimation des patchs par moyenne :

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \theta_{i,k} P_k^I$$

- Patchs = inutiles si les $\theta_{i,k}$ ne dépendent pas de P^I !
- Reprojection Centrale : Si W impair, $P^I_{k-\delta_W}$ centré en k

$$\widehat{I}(i) = \sum_k \theta_{i-\delta_W,k} I(k) = \widehat{P_{i-\delta_W}}^I(\delta_W)$$

avec $\delta_W = ([W-1]/2, [W-1]/2)$

Définition des NL-Means

Méthodes à noyaux et à patchs

- Estimation des patchs par moyenne :

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \theta_{i,k} P_k^I$$

- Patchs = inutiles si les $\theta_{i,k}$ ne dépendent pas de P^I !
- Reprojection Centrale : Si W impair, $P^I_{k-\delta_W}$ centré en k

$$\widehat{I}(i) = \sum_k \theta_{i-\delta_W,k} I(k) = \widehat{P_{i-\delta_W}}^I(\delta_W)$$

avec $\delta_W = ([W-1]/2, [W-1]/2)$

NL-Means (Buadès, Coll and Morel)

- Choisir une mesure de dissimilarité D entre patchs
- Utiliser des poids $\theta_{i,k} = \frac{K(D(P_i^I, P_k^I))}{\sum_{k'} K(D(P_i^I, P_{k'}^I))}$
- Choisir $D(P_i^I, P_k^I) = \|P_i^I - P_k^I\|$ pour mesurer la dissimilarité, un noyau gaussien $K(x) = \exp(-x^2/h)$ et une fenêtre h

Définition des NL-Means

Méthodes à noyaux et à patchs

- Estimation des patchs par moyenne :

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \theta_{i,k} P_k^I$$

- Patchs = inutiles si les $\theta_{i,k}$ ne dépendent pas de P^I !
- Reprojection Centrale : Si W impair, $P^I_{k-\delta_W}$ centré en k

$$\widehat{I}(i) = \sum_k \theta_{i-\delta_W,k} I(k) = \widehat{P_{i-\delta_W}}^I(\delta_W)$$

avec $\delta_W = ([W-1]/2, [W-1]/2)$

NL-Means (Buadès, Coll and Morel)

- Choisir une mesure de dissimilarité D entre patchs
- Utiliser des poids $\theta_{i,k} = \frac{K(D(P_i^I, P_k^I))}{\sum_{k'} K(D(P_i^I, P_{k'}^I))}$
- Choisir $D(P_i^I, P_k^I) = \|P_i^I - P_k^I\|$ pour mesurer la dissimilarité, un noyau gaussien $K(x) = \exp(-x^2/h)$ et une fenêtre h

Propriétés des NL-Means

Résultats

- Méthode intuitivement simple, efficace et “pas trop” lente
- Performance proche de l’état de l’art (en 2005)
- Actuellement, méthode “état de l’art ” utilise aussi un tel point de départ

Propriétés des NL-Means

Résultats

- Méthode intuitivement simple, efficace et “pas trop” lente
- Performance proche de l’état de l’art (en 2005)
- Actuellement, méthode “état de l’art ” utilise aussi un tel point de départ

Variations

- Adapter automatiquement la taille de la zone de recherche (Kervrann et al. [KB06])
- Polynôme local d’ordre plus élevé (Takeda et al. [TFM07])
- Varier les mesures de similarité (Guichard et al. [APG07])

Propriétés des NL-Means

Résultats

- Méthode intuitivement simple, efficace et “pas trop” lente
- Performance proche de l’état de l’art (en 2005)
- Actuellement, méthode “état de l’art ” utilise aussi un tel point de départ

Variations

- Adapter automatiquement la taille de la zone de recherche (Kervrann et al. [KB06])
- Polynôme local d’ordre plus élevé (Takeda et al. [TFM07])
- Varier les mesures de similarité (Guichard et al. [APG07])

Interprétation(s) des NL-Means

NL-Means au patch i

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \frac{e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_k^I\|^2}}{\sum_{k'} e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_{k'}^I\|^2}} P_k^I$$

Interprétation(s) des NL-Means

NL-Means au patch i

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \frac{e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_k^I\|^2}}{\sum_{k'} e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_{k'}^I\|^2}} P_k^I$$

Diffusion / Lissage sur des Variétés

- Explication intuitive mais les preuves demandent des hypothèses fortes [Bua06]
- Variante sur des graphes [Pey08], des variétés [TB09]

Interprétation(s) des NL-Means

NL-Means au patch i

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \frac{e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_k^I\|^2}}{\sum_{k'} e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_{k'}^I\|^2}} P_k^I$$

Diffusion / Lissage sur des Variétés

- Explication intuitive mais les preuves demandent des hypothèses fortes [Bua06]
- Variante sur des graphes [Pey08], des variétés [TB09]

Modèle pseudo bayésien

- Modèle d'observation (faux) : $P_i^I = P_k^I + \sqrt{h/2}\varepsilon$
- Loi a priori uniforme sur les P_k^I

Interprétation(s) des NL-Means

NL-Means au patch i

$$\widehat{P_i}^I = \sum_k \frac{e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_k^I\|^2}}{\sum_{k'} e^{-\frac{1}{h}\|P_i^I - P_{k'}^I\|^2}} P_k^I$$

Diffusion / Lissage sur des Variétés

- Explication intuitive mais les preuves demandent des hypothèses fortes [Bua06]
- Variante sur des graphes [Pey08], des variétés [TB09]

Modèle pseudo bayésien

- Modèle d'observation (faux) : $P_i^I = P_k^I + \sqrt{h/2}\varepsilon$
- Loi a priori uniforme sur les P_k^I

Zone de recherche et limites de la méthode

Hypothèse sur l'image et zone de recherche

- Hypothèses fortes : stationnaires et β-mélangeants (vraies pour les textures . . .) [Bua06]

Zone de recherche et limites de la méthode

Hypothèse sur l'image et zone de recherche

- Hypothèses fortes : stationnaires et β-mélangeants (vraies pour les textures . . .) [Bua06]
- $h \longrightarrow 0$ (théorie) : [BCM05]
  $h = 12\sigma^2$? est-ce un bon choix ?

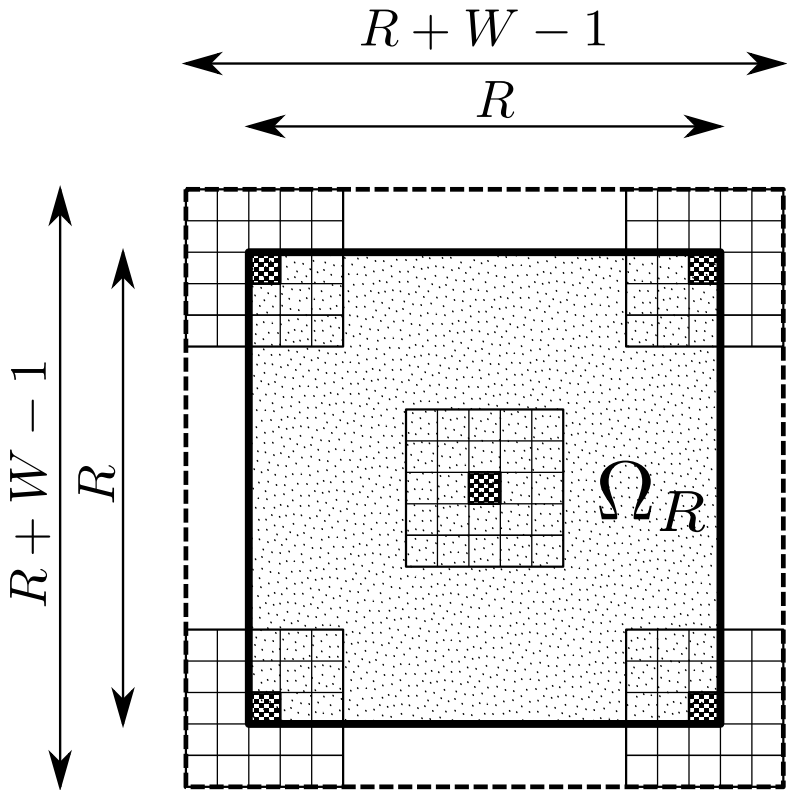
Zone de recherche et limites de la méthode

Hypothèse sur l'image et zone de recherche

- Hypothèses fortes : stationnaires et β-mélangeants (vraies pour les textures ...) [Bua06]
- $h \longrightarrow 0$ (théorie) : [BCM05]
  $h = 12\sigma^2$? est-ce un bon choix ?
- Zone de recherche = image entière (en théorie). Trop long en pratique (complexité $O(N^4)$), on choisit une petite zone de recherche Ω_R de taille $R \times R$ (souvent : $R = 21$)

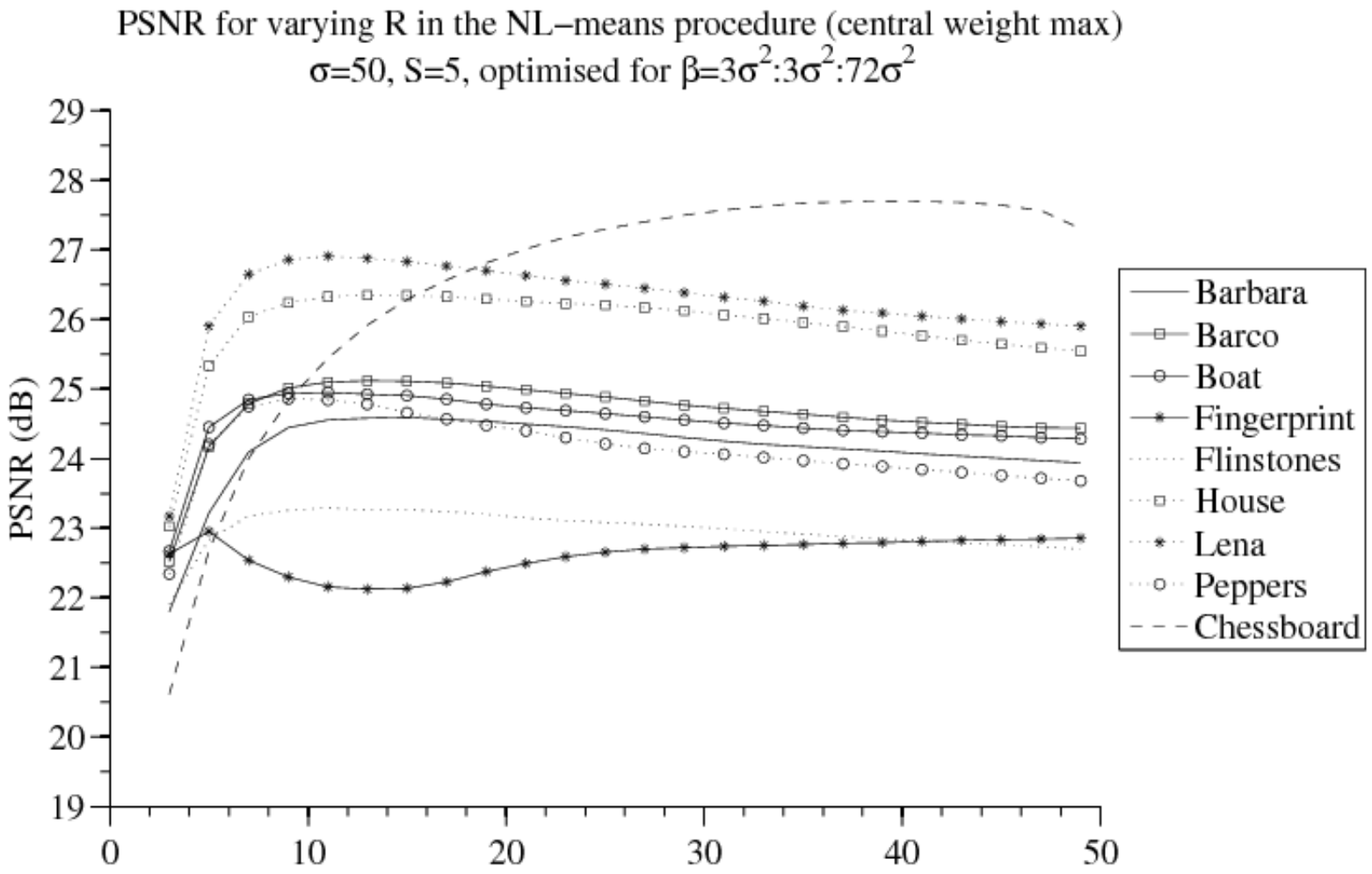
Zone de recherche et limites de la méthode

Hypothèse sur l'image et zone de recherche



- Hypothèses fortes : stationnaires et β-mélangeants (vraies pour les textures ...) [Bua06]
- $h \longrightarrow 0$ (théorie) : [BCM05] $h = 12\sigma^2$? est-ce un bon choix ?
- Zone de recherche = image entière (en théorie). Trop long en pratique (complexité $O(N^4)$), on choisit une petite zone de recherche Ω_R de taille $R \times R$ (souvent : $R = 21$)

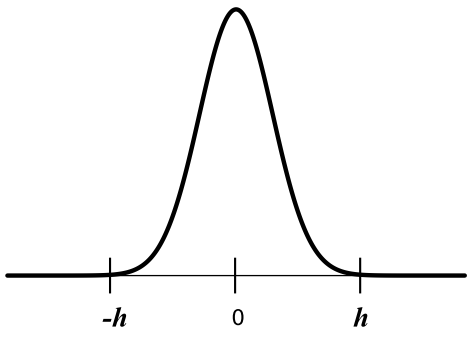
Attention au choix de R



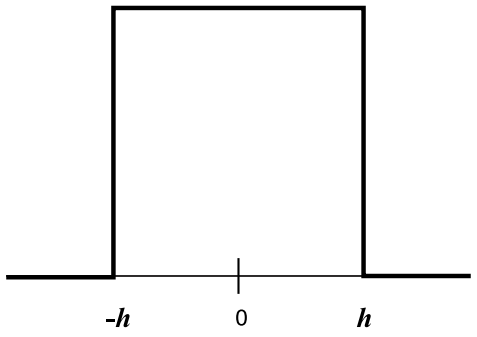
$\sigma = 50$

Choix du Noyau K

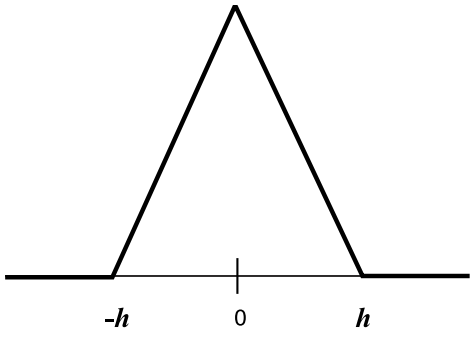
Types de noyaux usuels



(a) Noyau Gaussien



(b) Noyau Plat



(c) Noyau triangulaire

Difficultés

- Le choix de la fenêtre
- Le poids du patch cible dans son estimateur : distance nulle, poids maximum : surestimation.

Noyau Plat

Choix de la fenêtre h

Approche par χ^2 : $\|P_i - P_j\|^2/(2\sigma^2) \sim \chi^2(W^2)$ si les vrais patchs sous-jacents égaux : $P_i^{I^\star} = P_j^{I^\star}$
Réponse partielle : quantile de cette loi pour choisir h (revient à choisir un seuil de confiance)

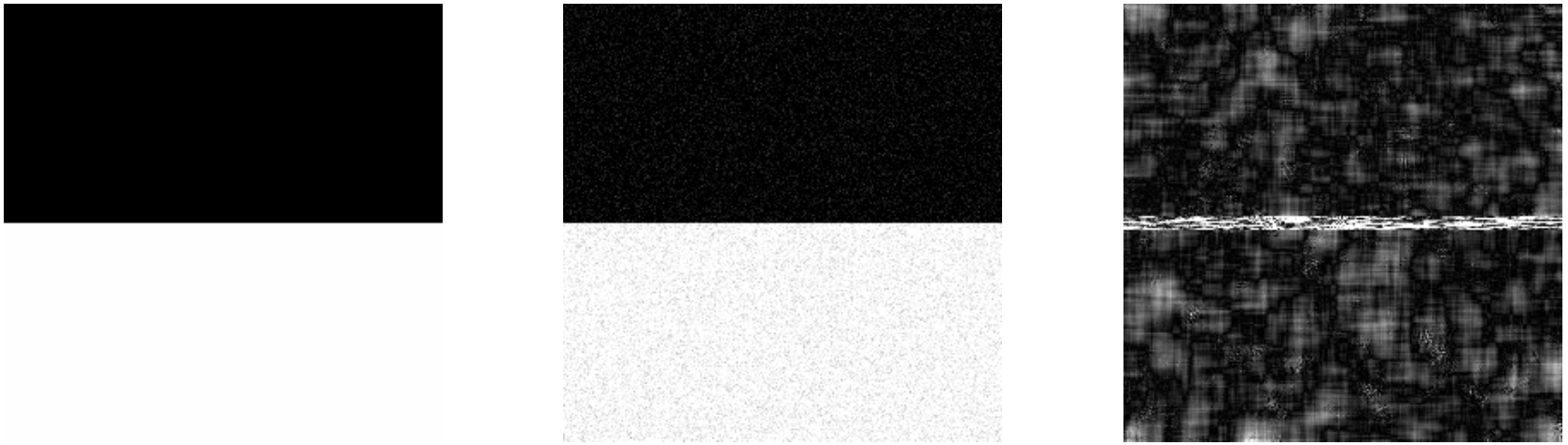
Poids central (avant normalisation)

- Correctif "max" : $\theta_{i,i} = \max_{j \neq i} \theta_{i,j}$ [BCM05]
- Correctif estimation sans biais du risque : $\theta_{i,i} = K(2\,W^2\sigma^2/h)$ [Sal10]
- Noyau plat : même poids pour tous les patchs sélectionnés !

Implémentation

- $\|P_i^I - P_k^I\|^2$ à calculer de toute façon. $\exp$ plus long qu'un simple test "if" $\|P_i^I - P_k^I\|^2 < h$ then $\theta_{i,k} += 1 \cdots$

Reprojection Centrale en pratique



(a) Originale (b) Bruitée PSNR $= 22.07$ (c) PSNR $= 45.78$

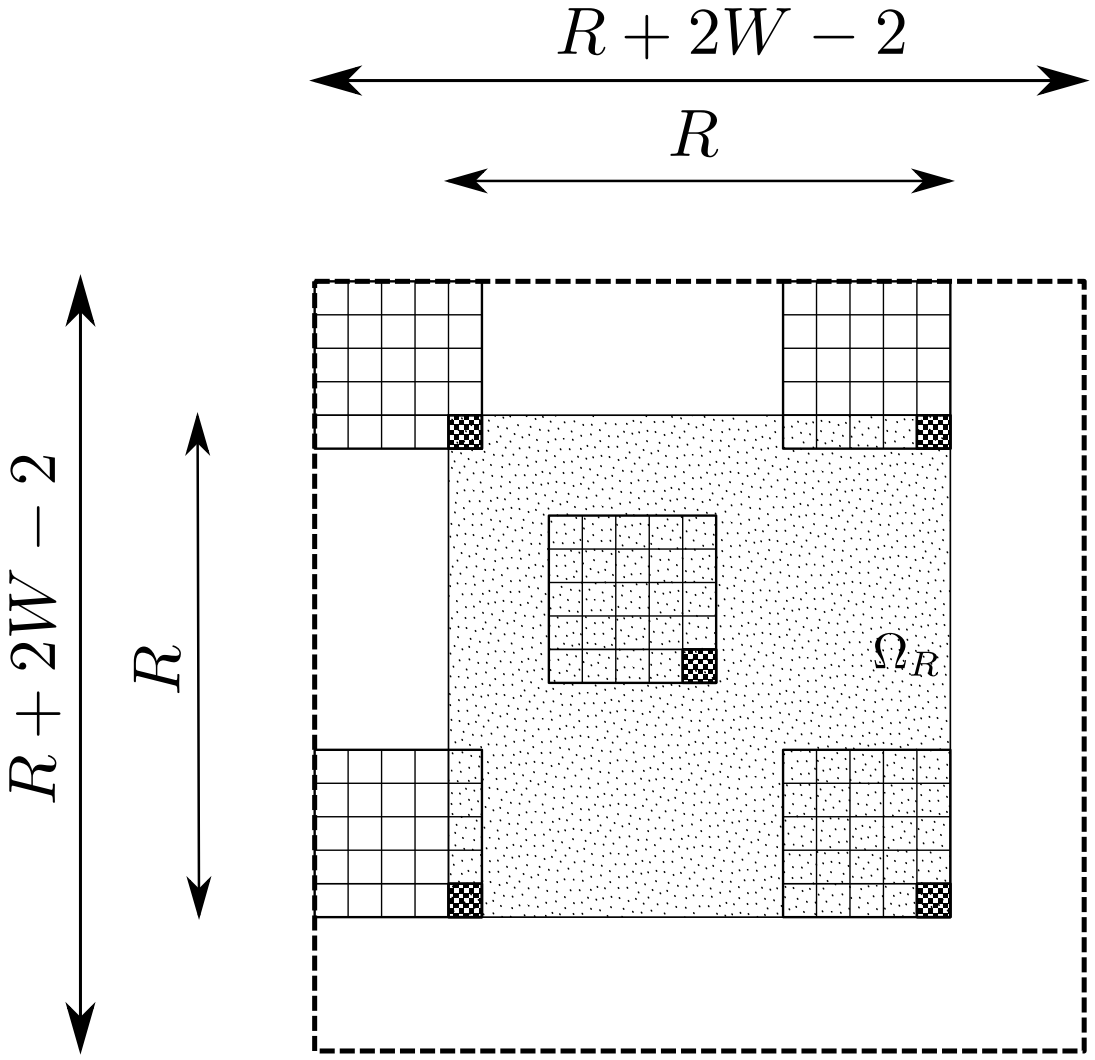
(a) Originale (b) Bruitée PSNR $= 22.07$ (c) PSNR $= 27.60$

FIG.: (a) Image originale, (b) Image bruitée ($\sigma = 20$), (c) Image débruitée (ou différence avec l'originale) $R = 21$ (haut), 9 (bas) , $W = 9, h^2 = 2\sigma^2 q_{0.99}^{W^2}$.

Artefacts sur les Arrêtes

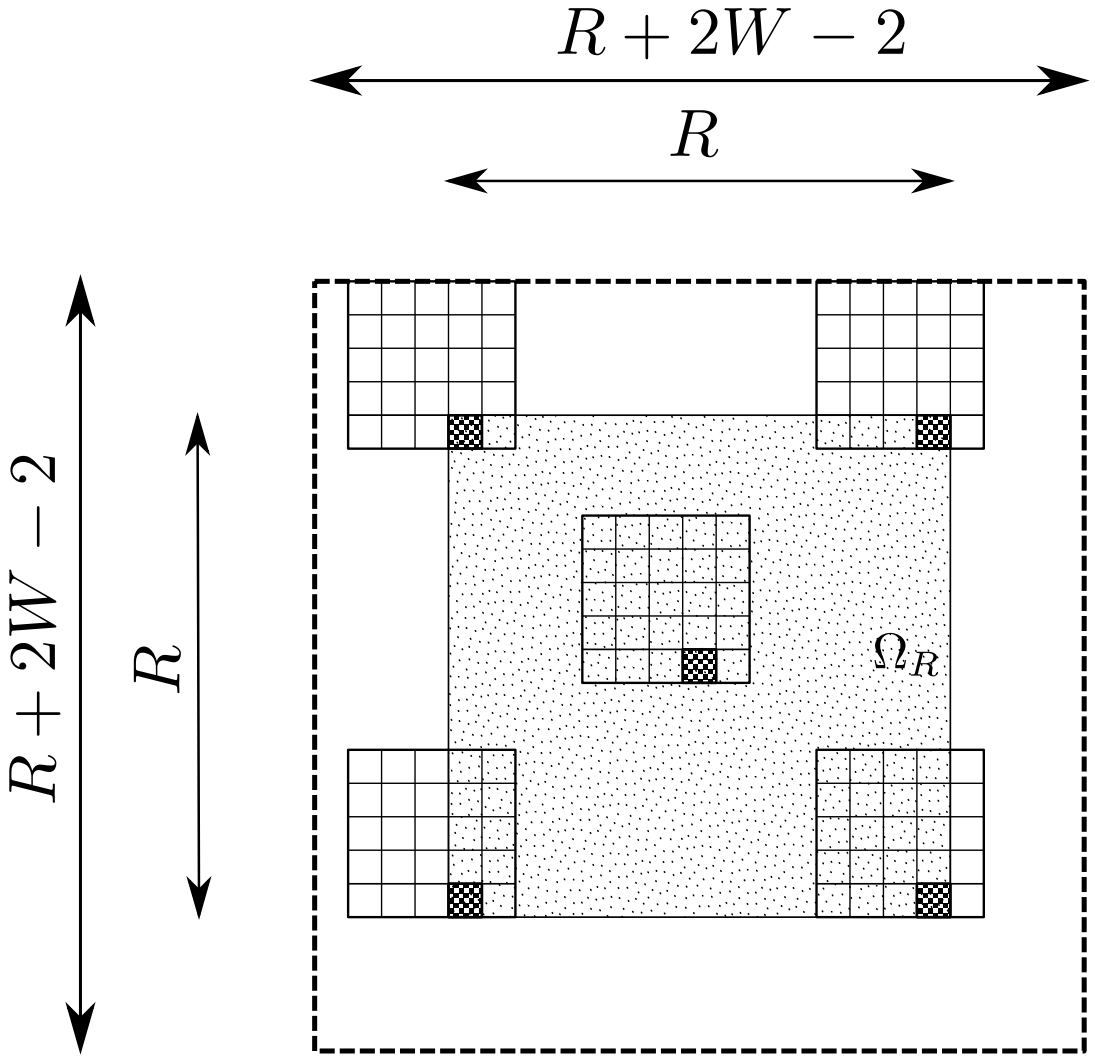
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



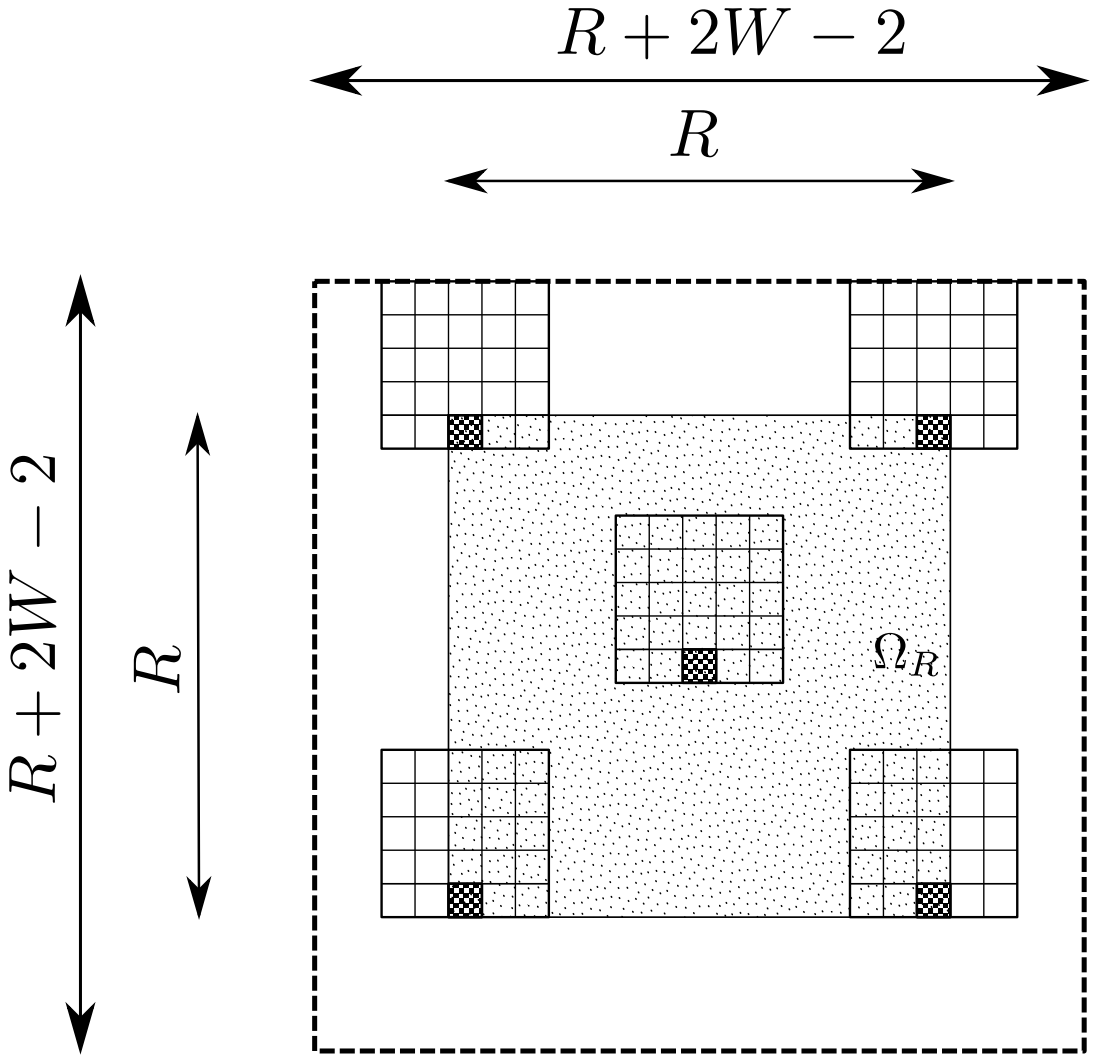
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



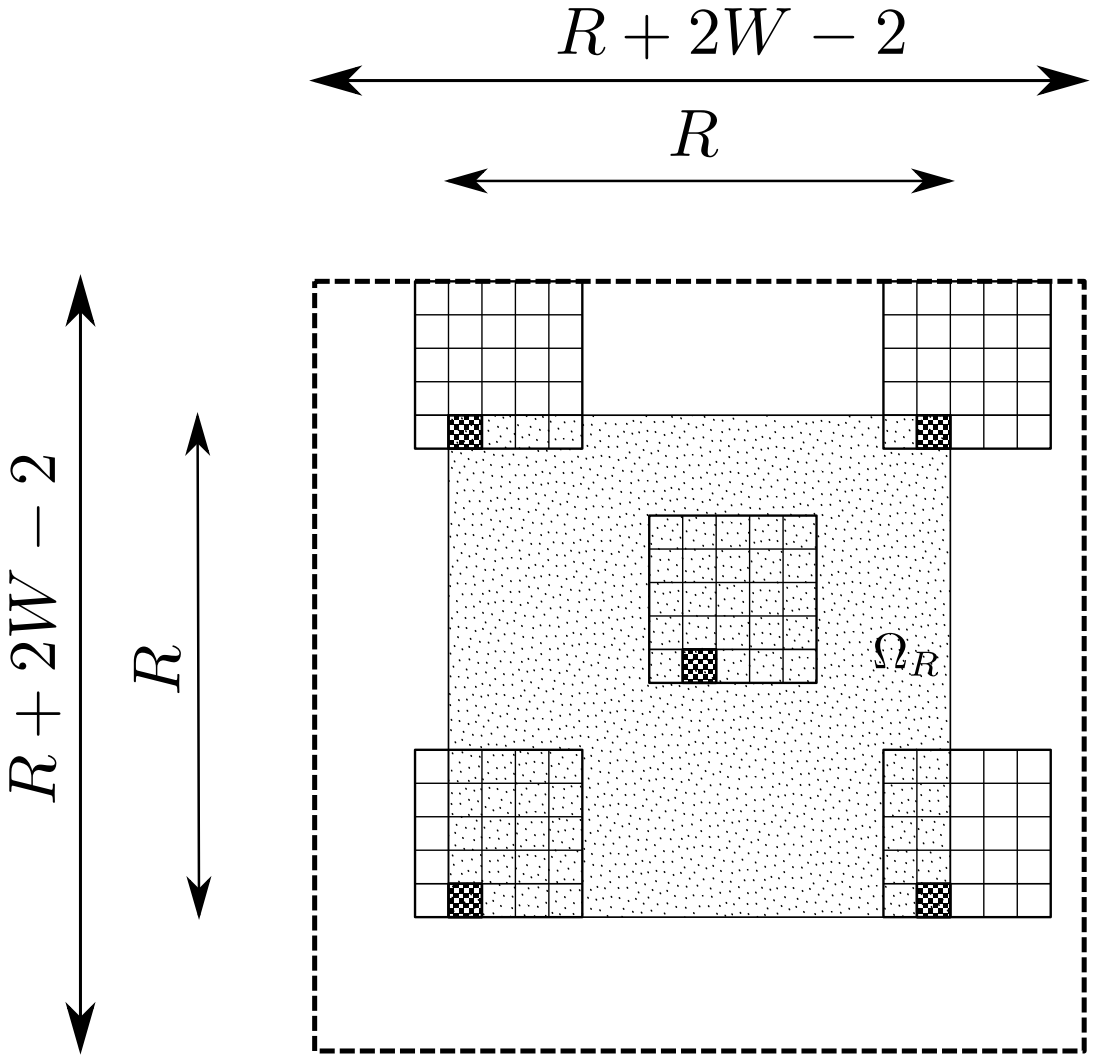
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



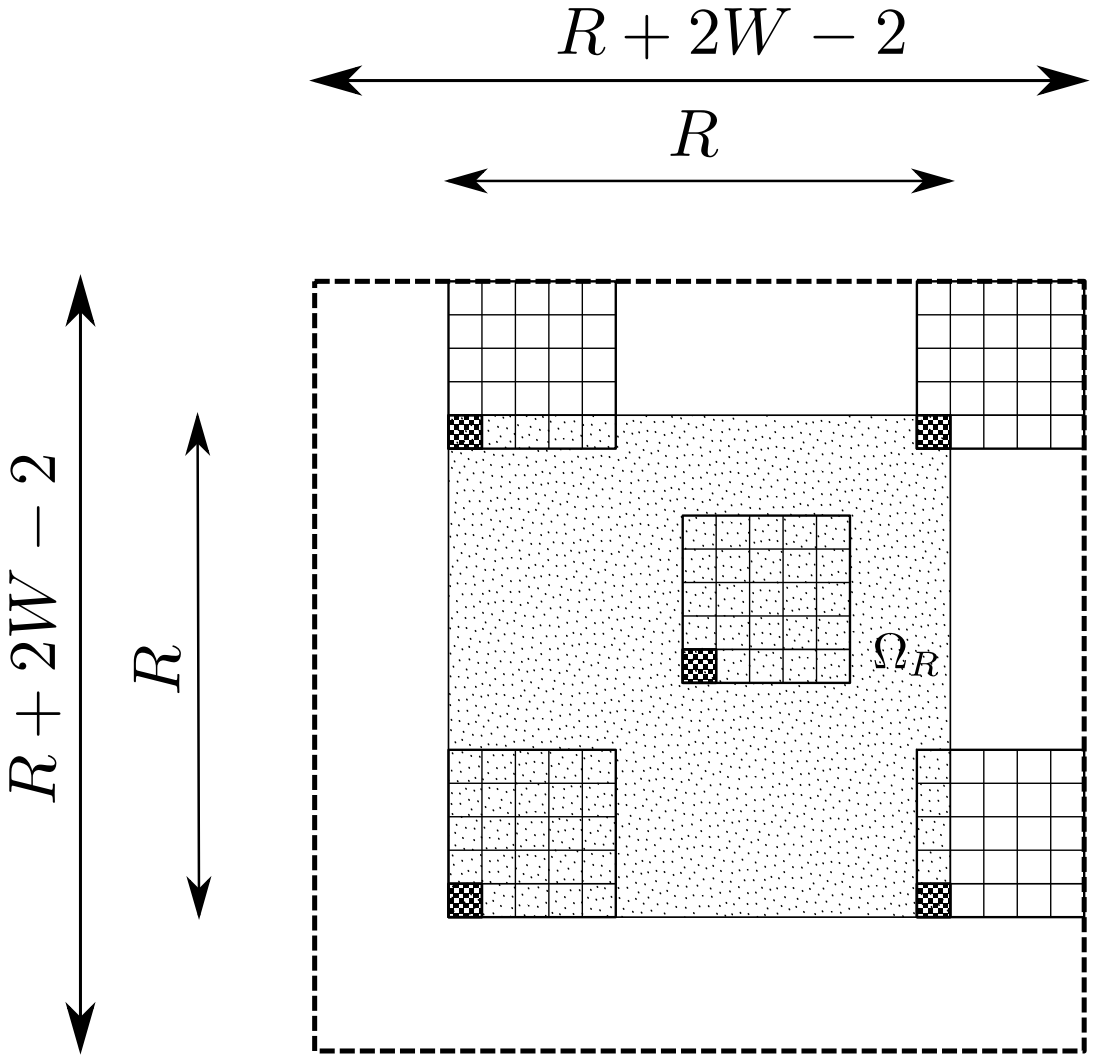
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



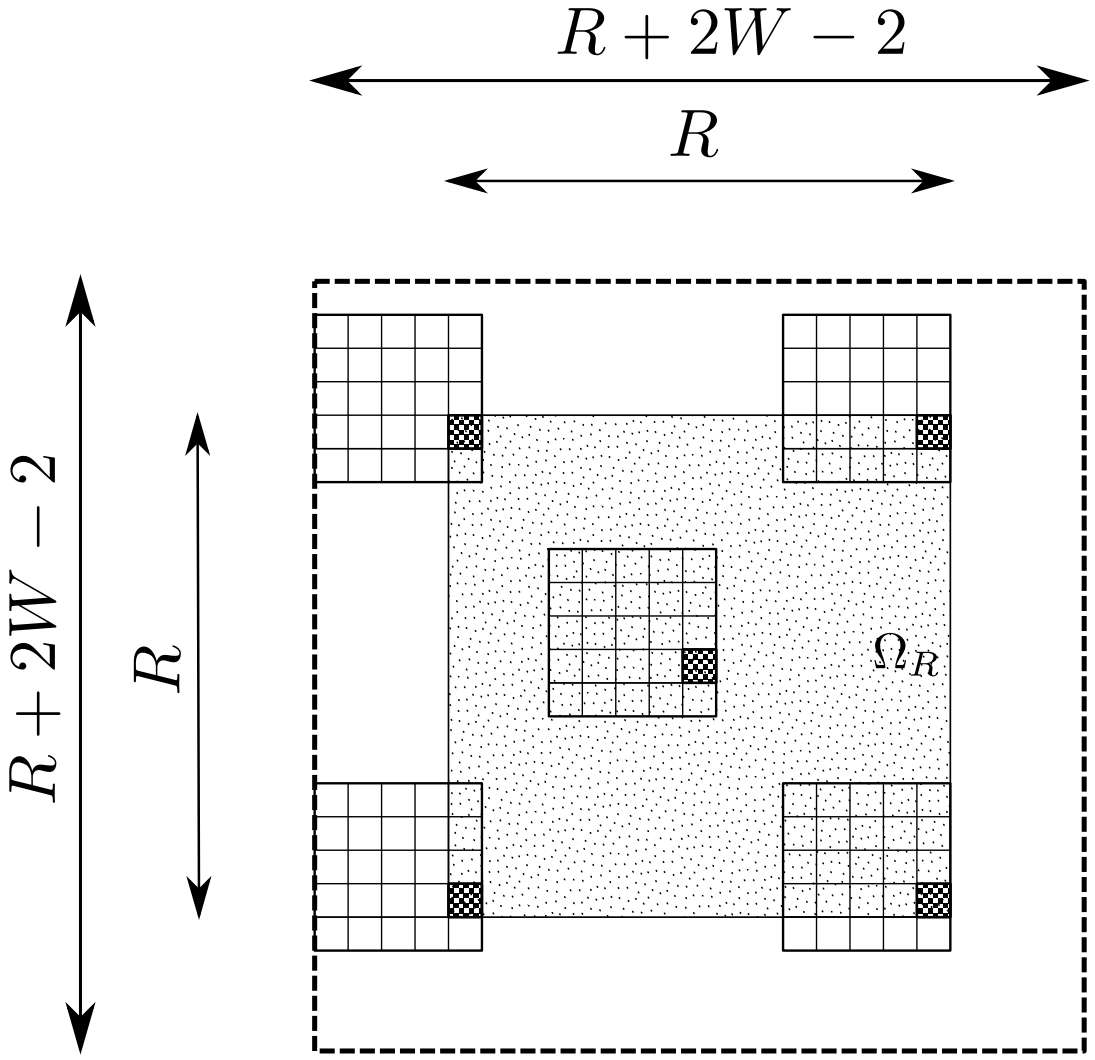
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



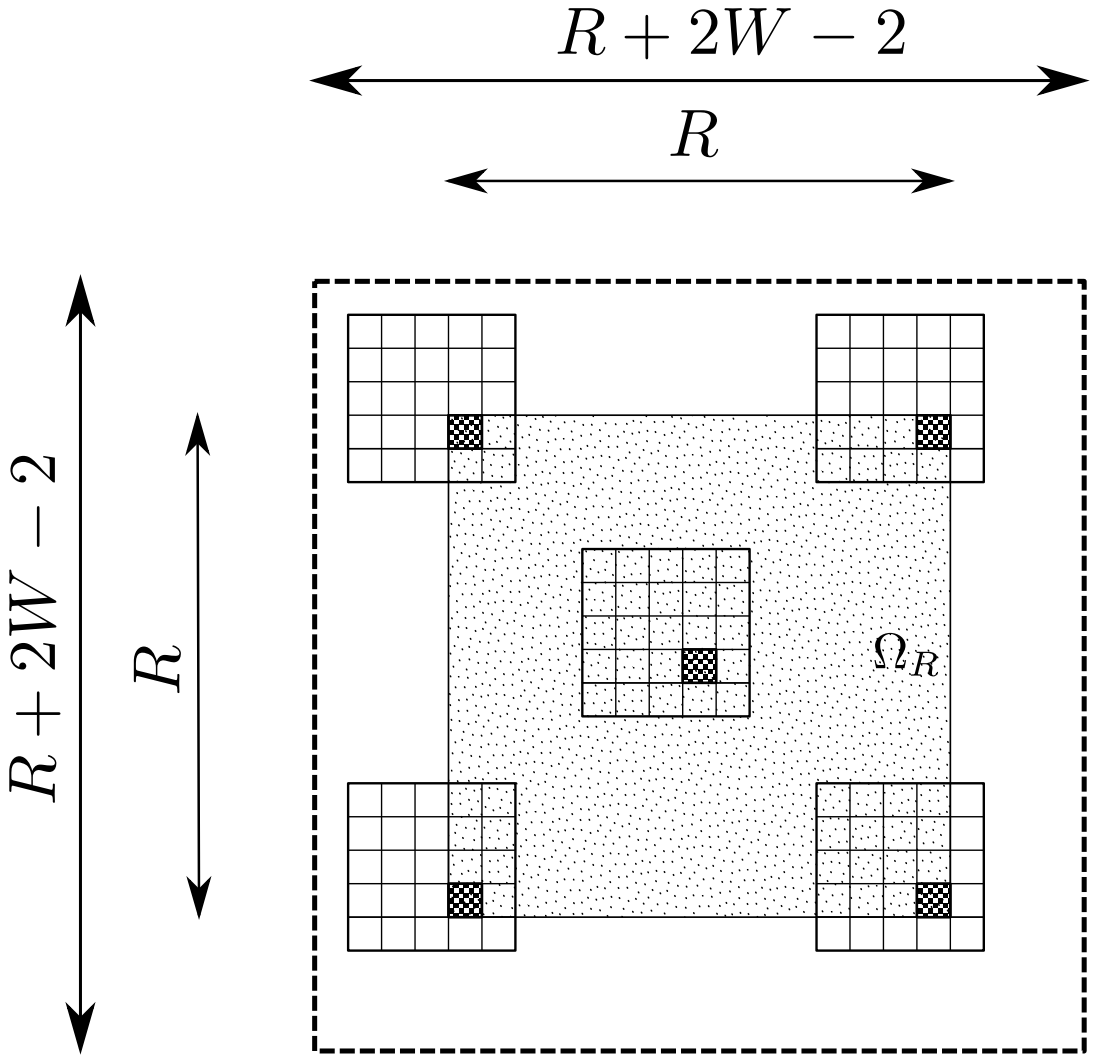
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



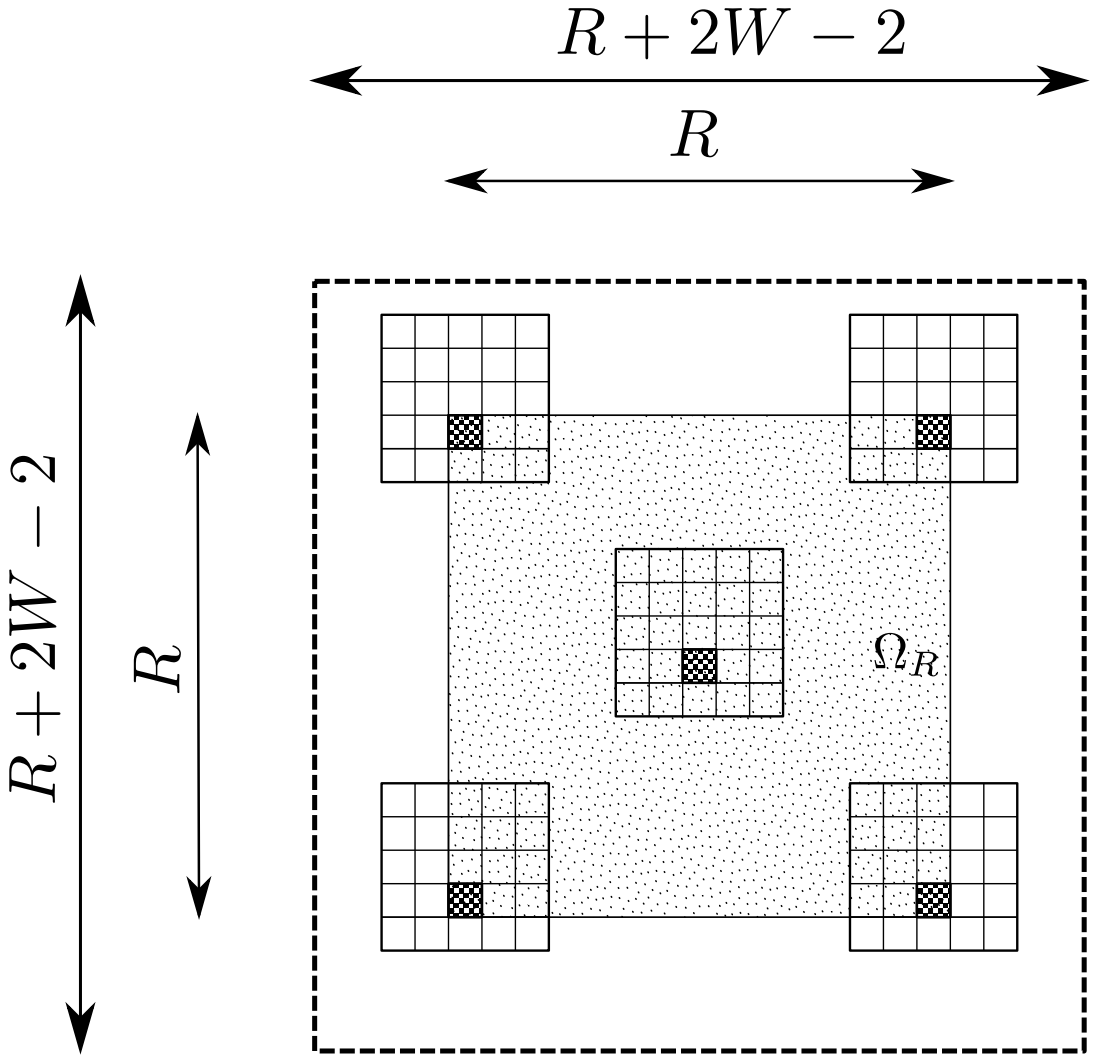
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



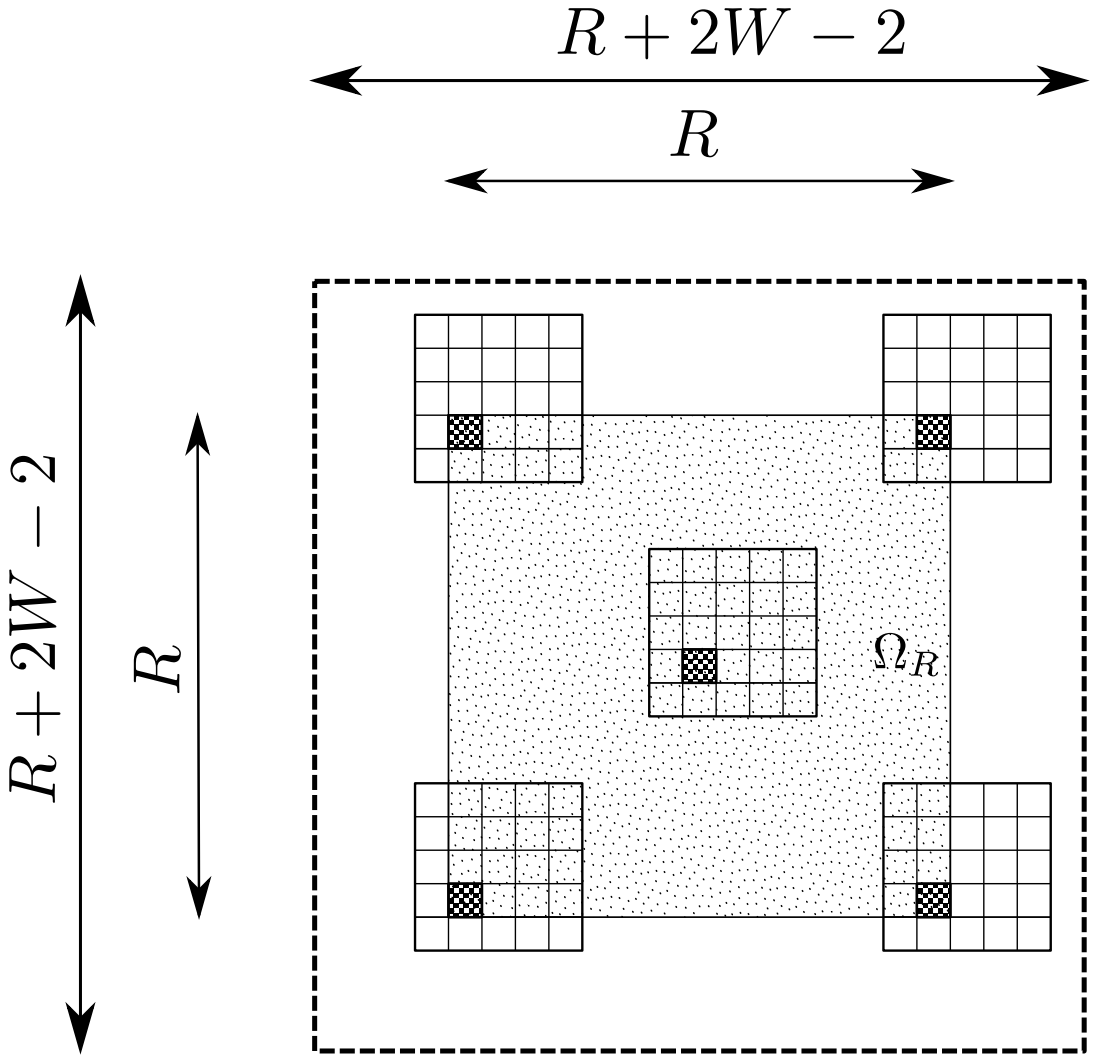
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



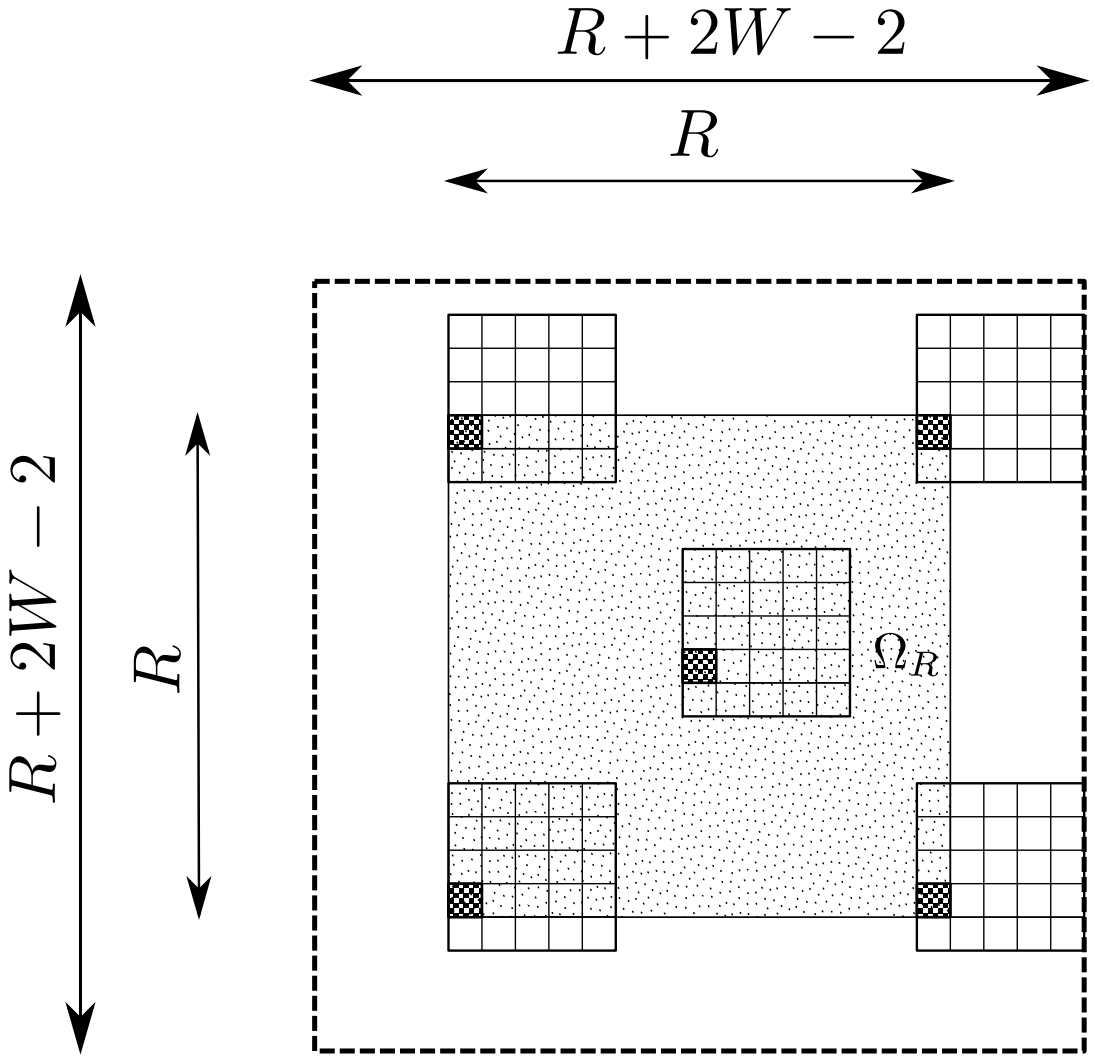
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



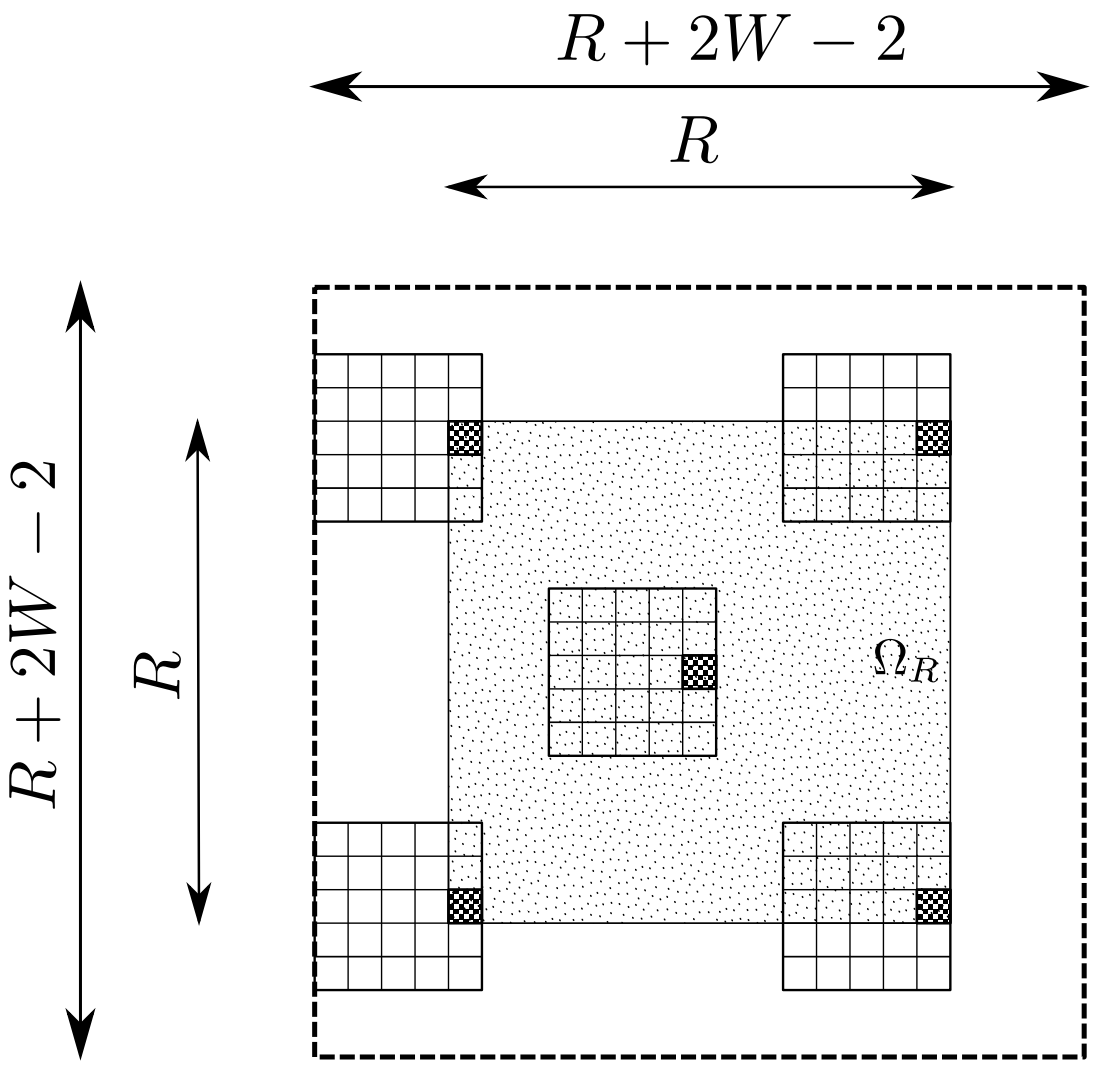
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



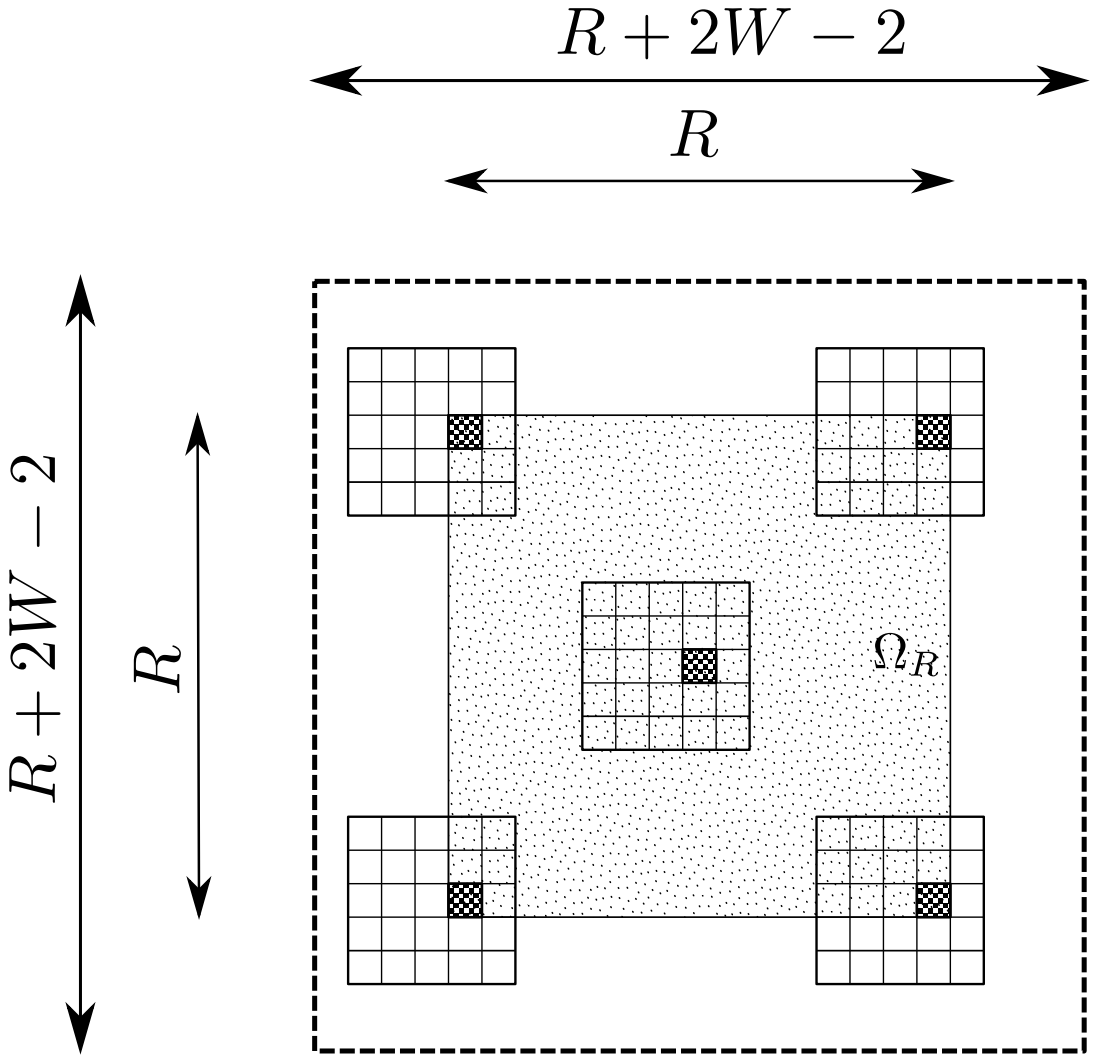
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



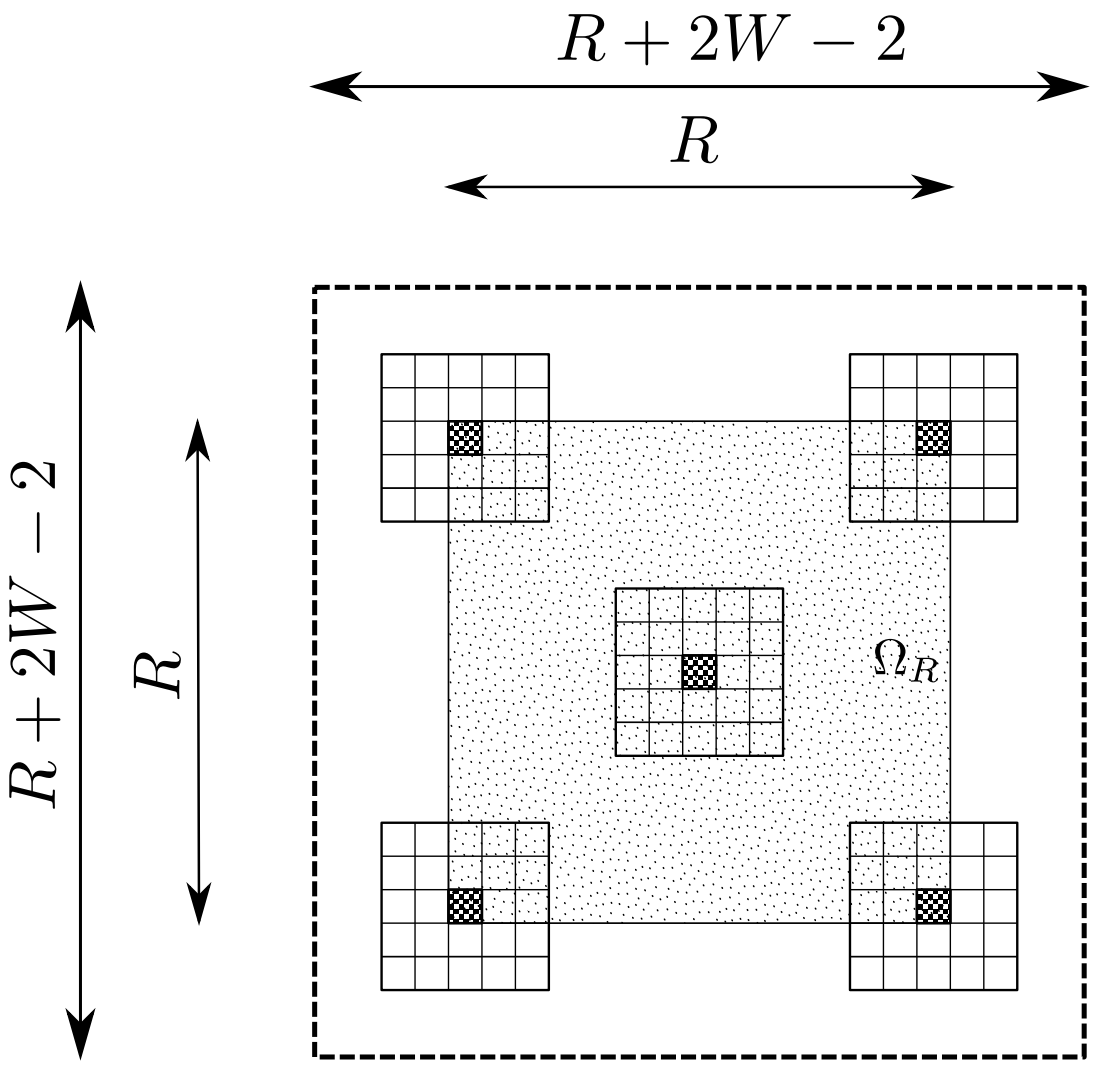
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



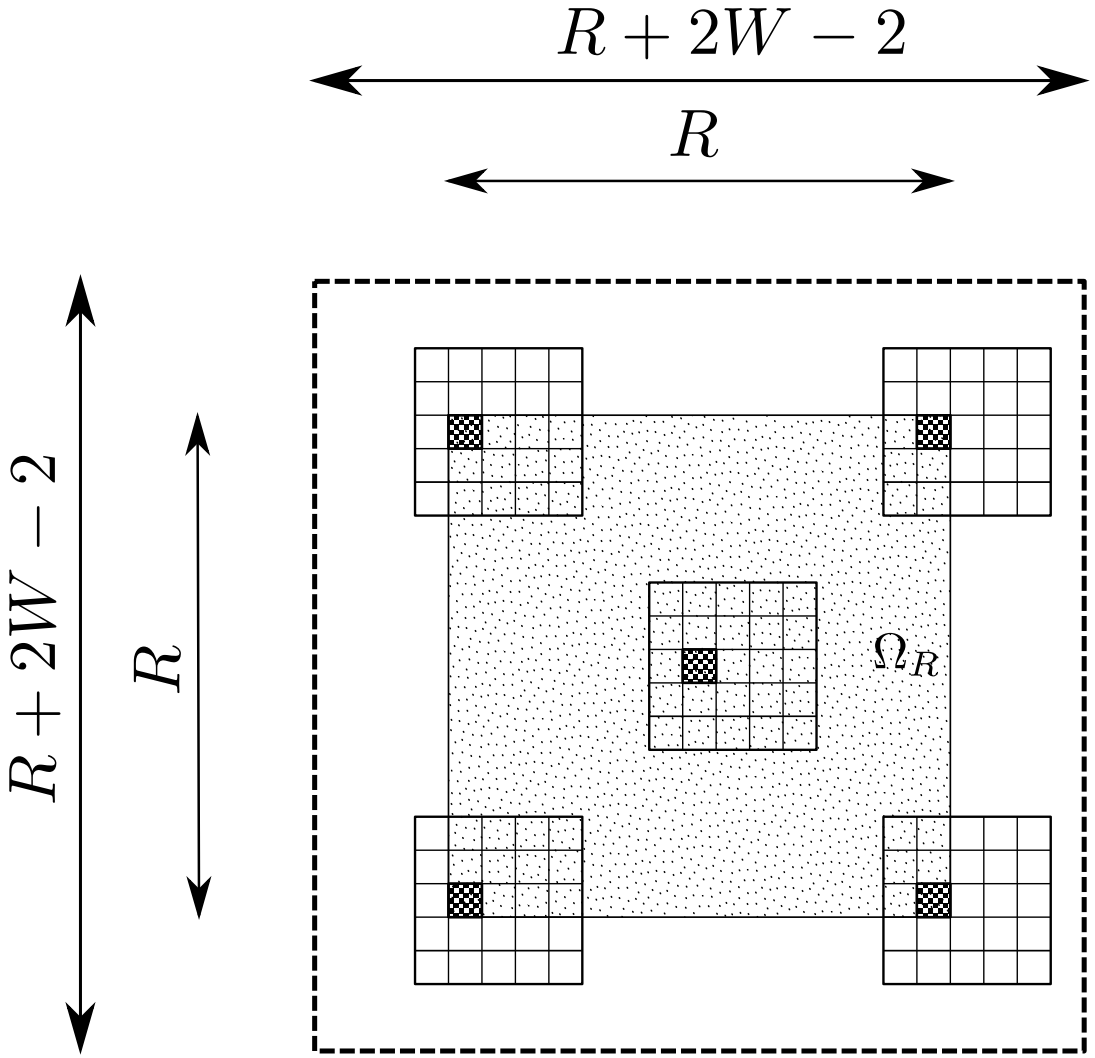
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



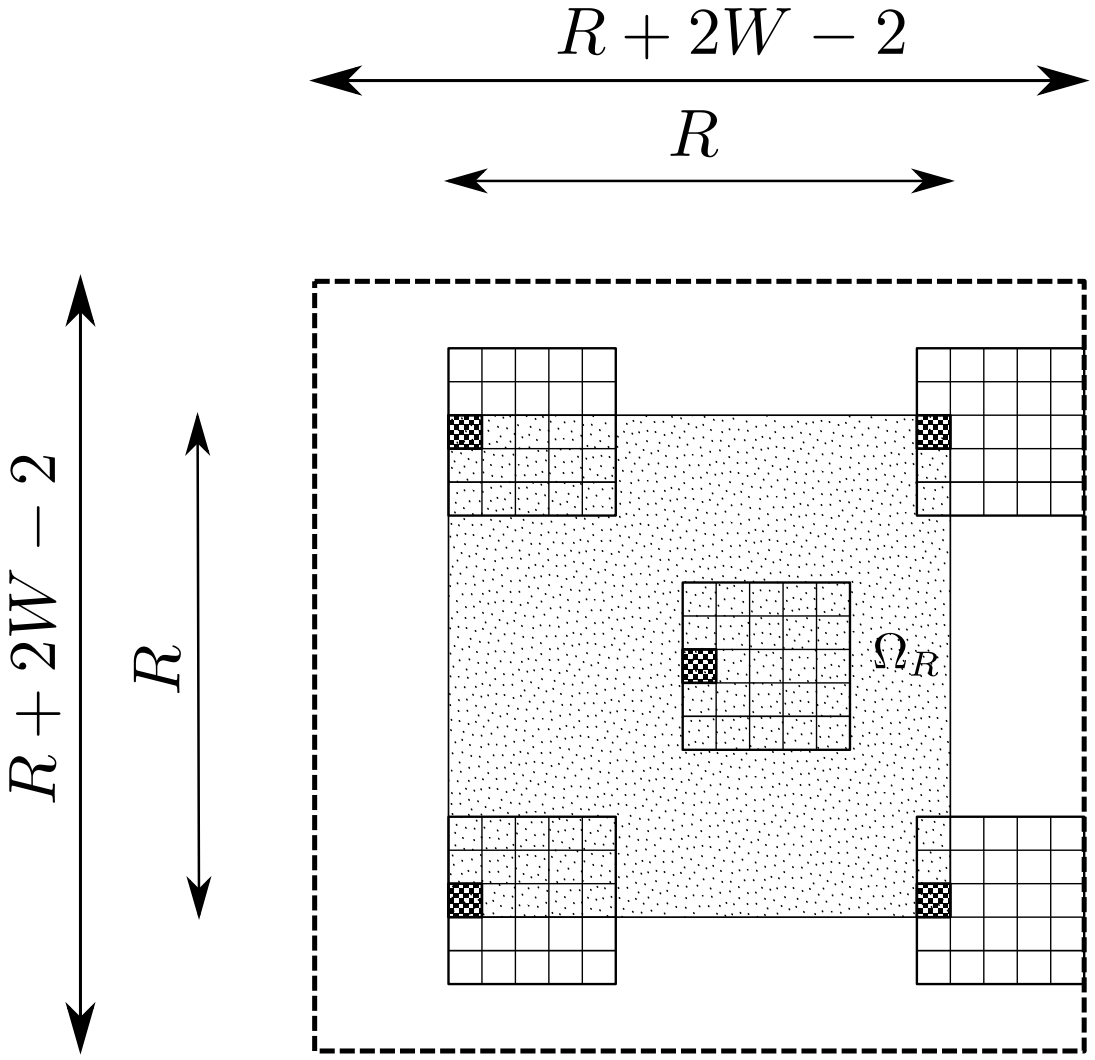
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



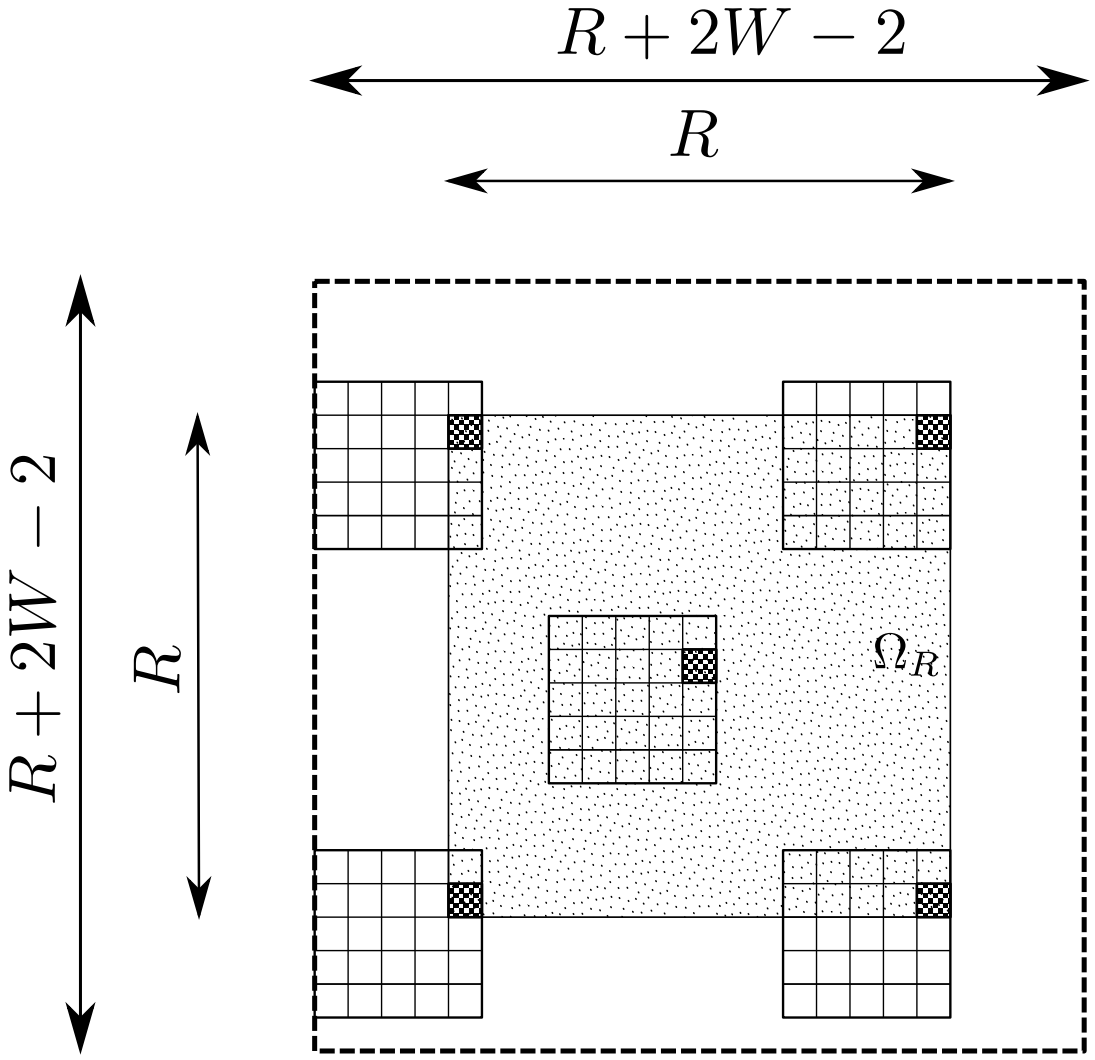
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



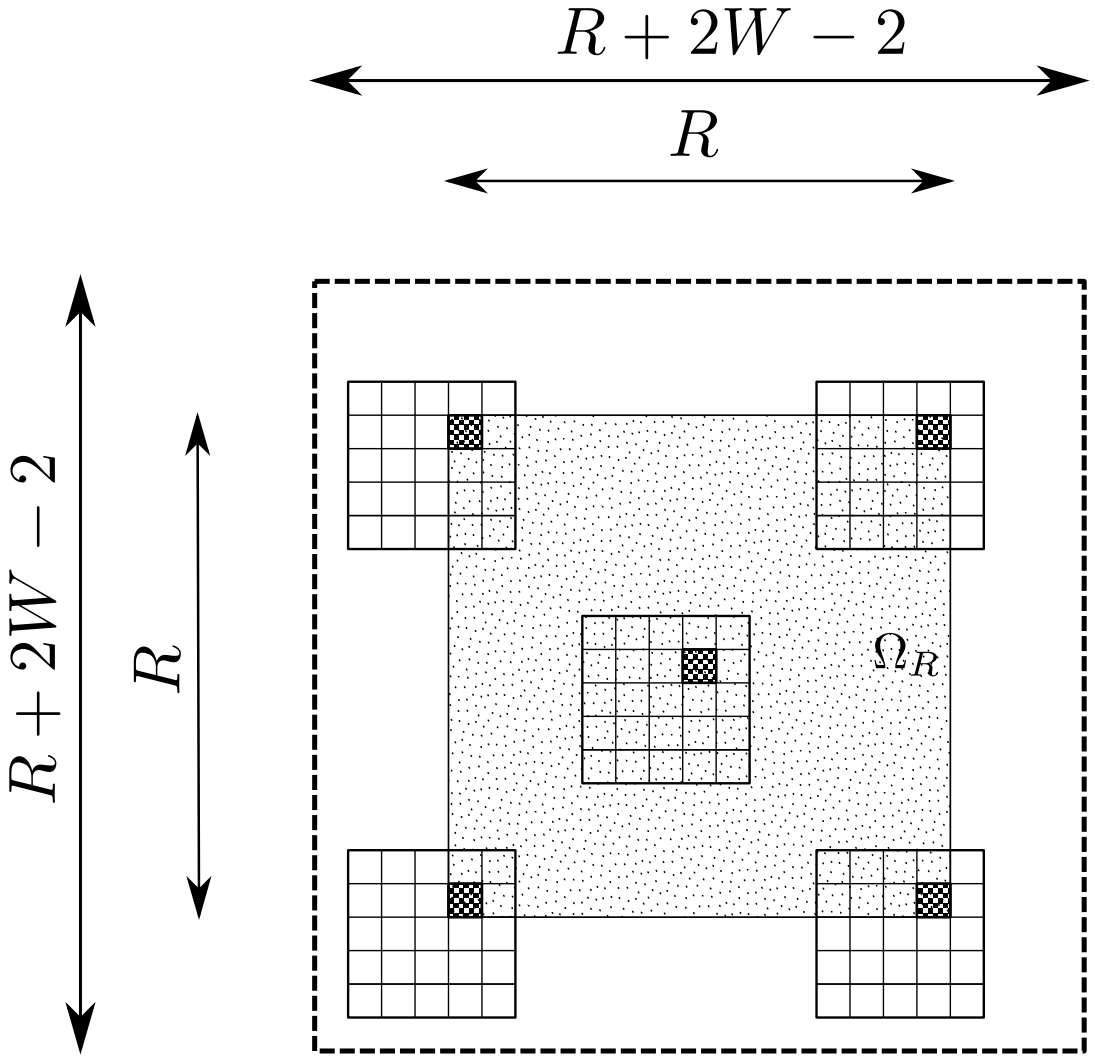
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



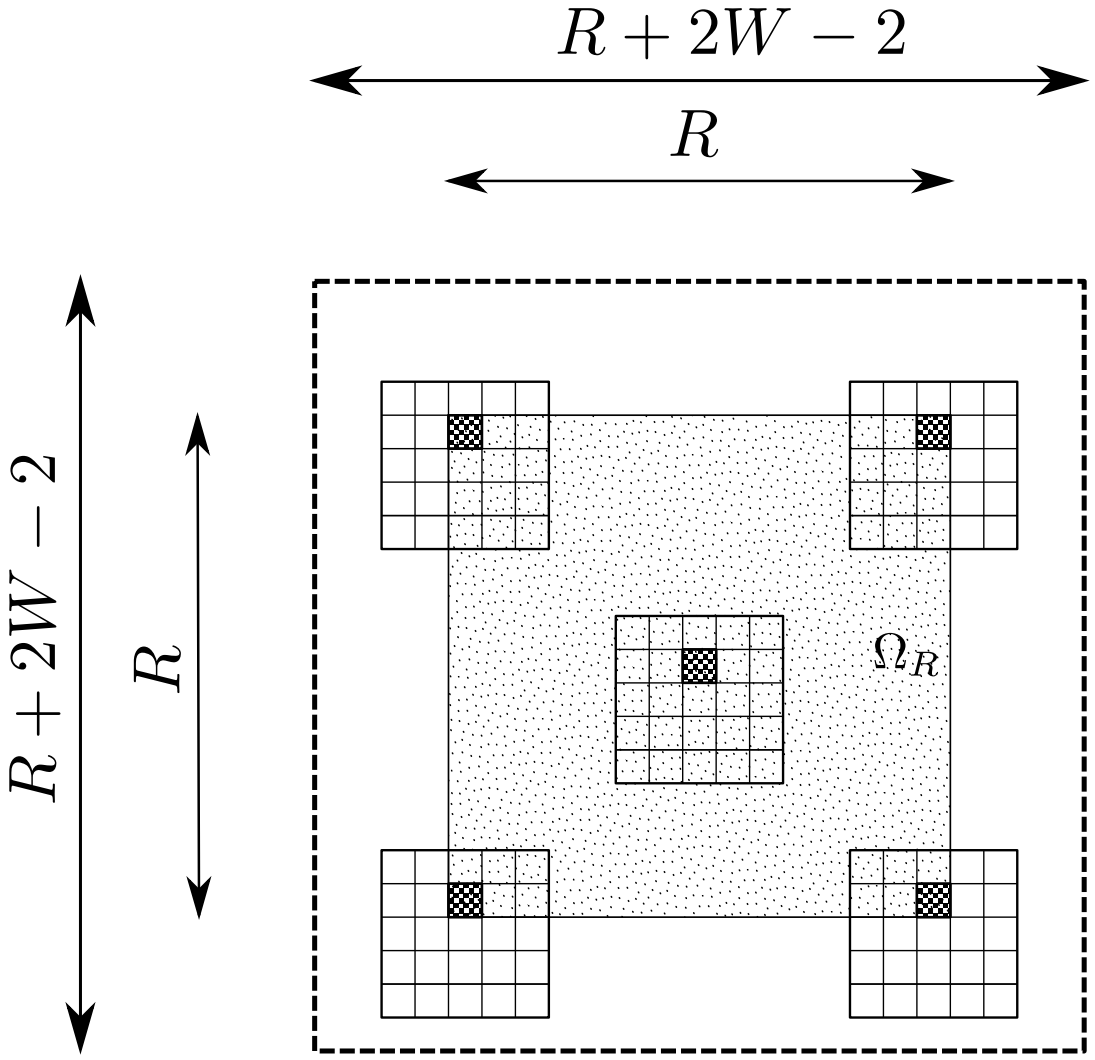
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



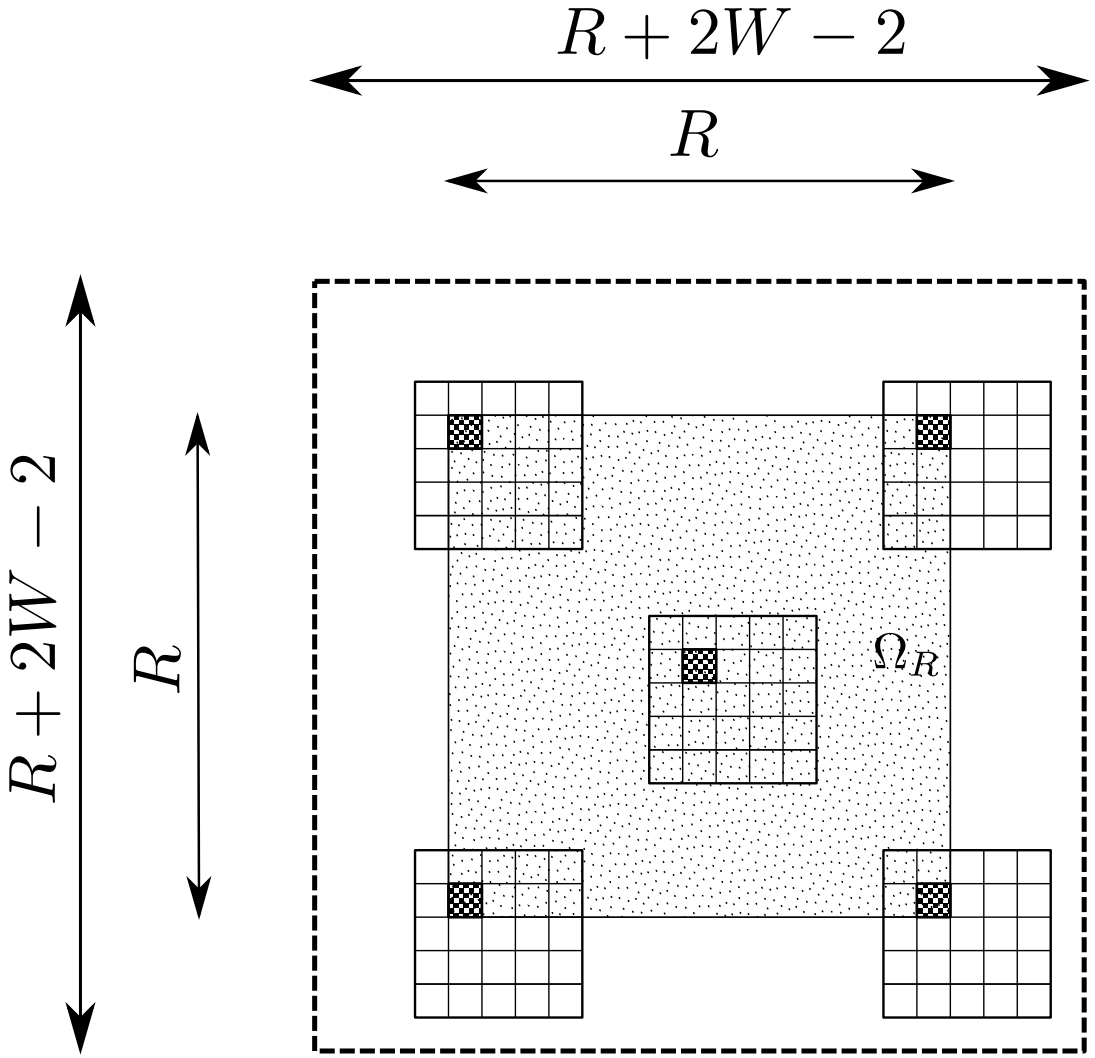
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



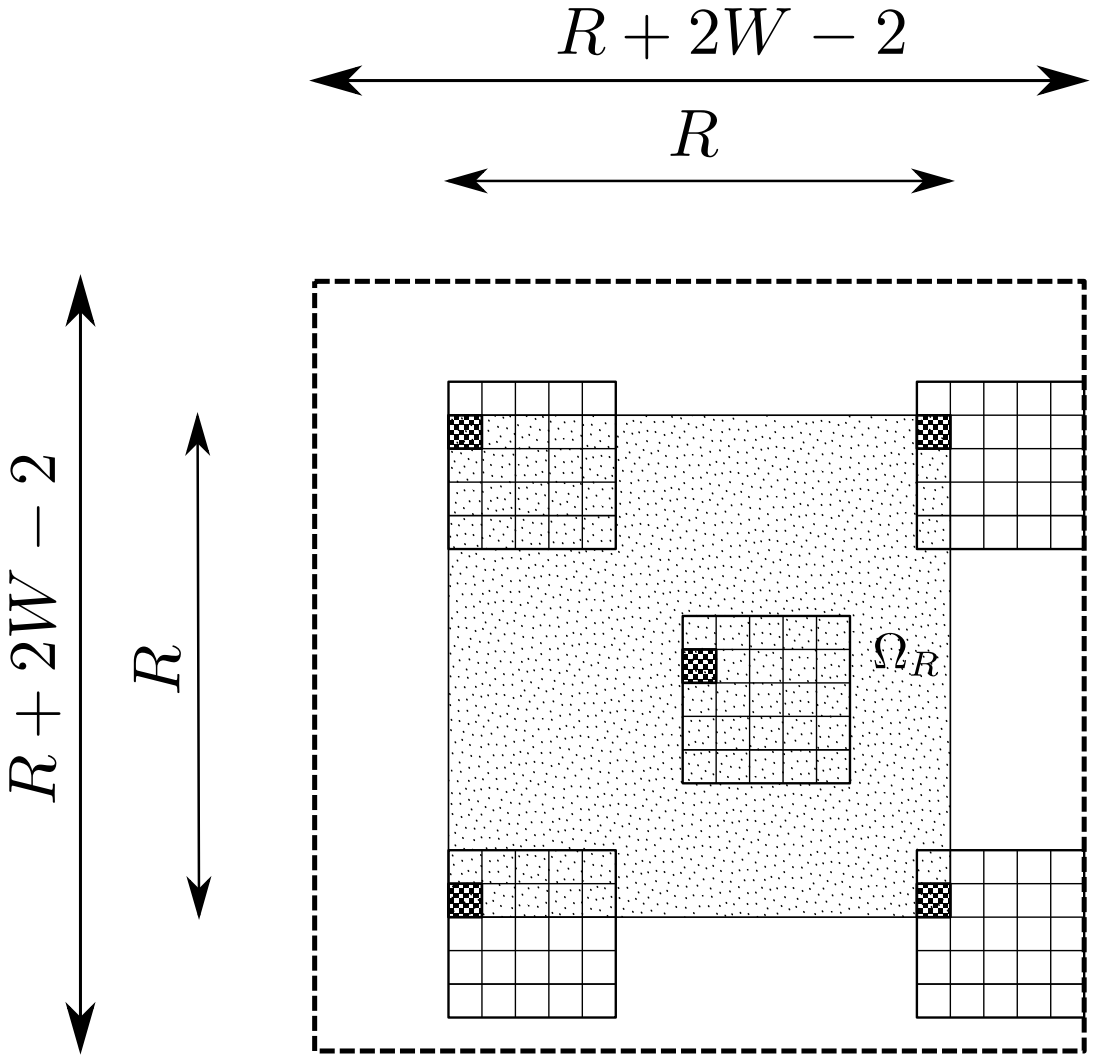
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



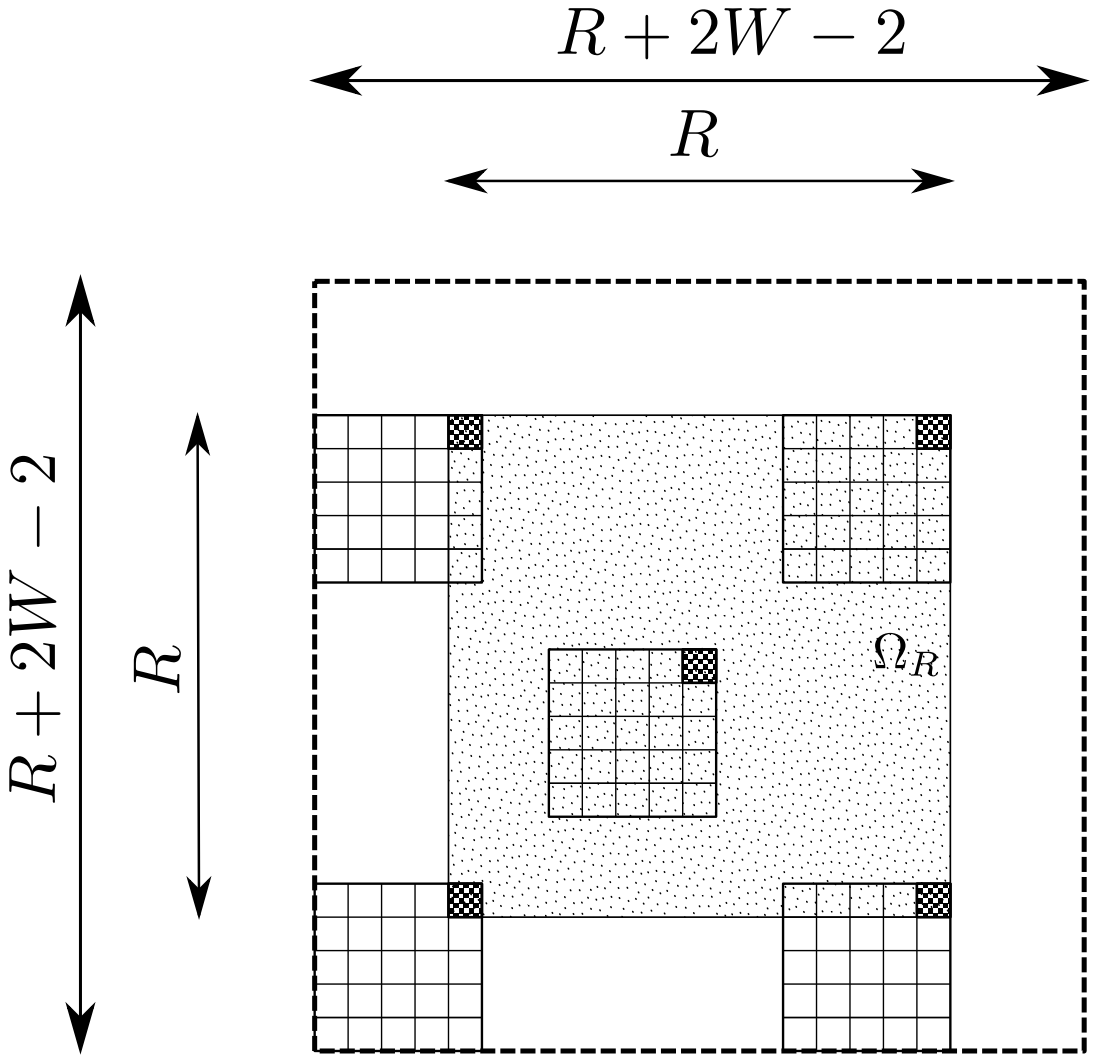
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



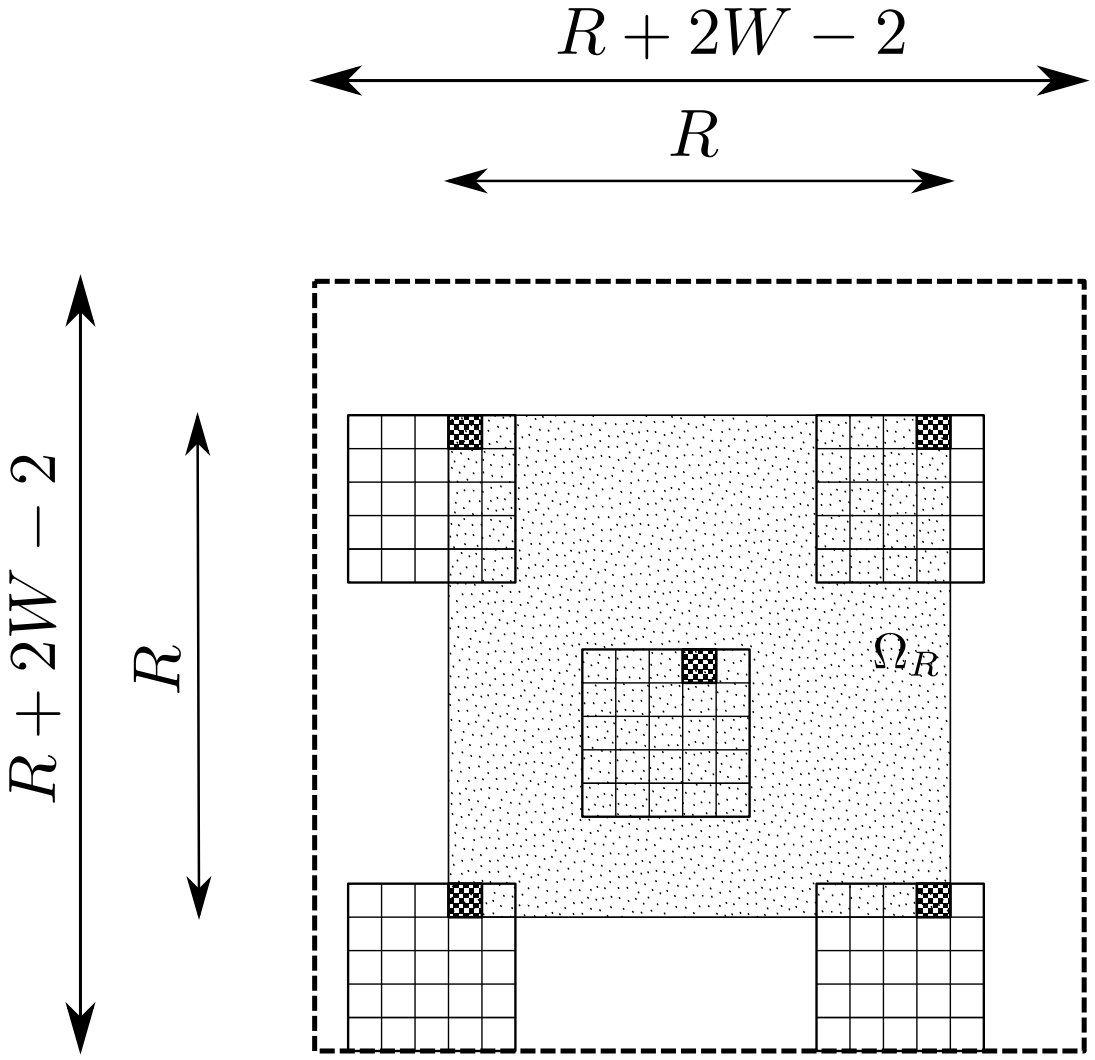
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



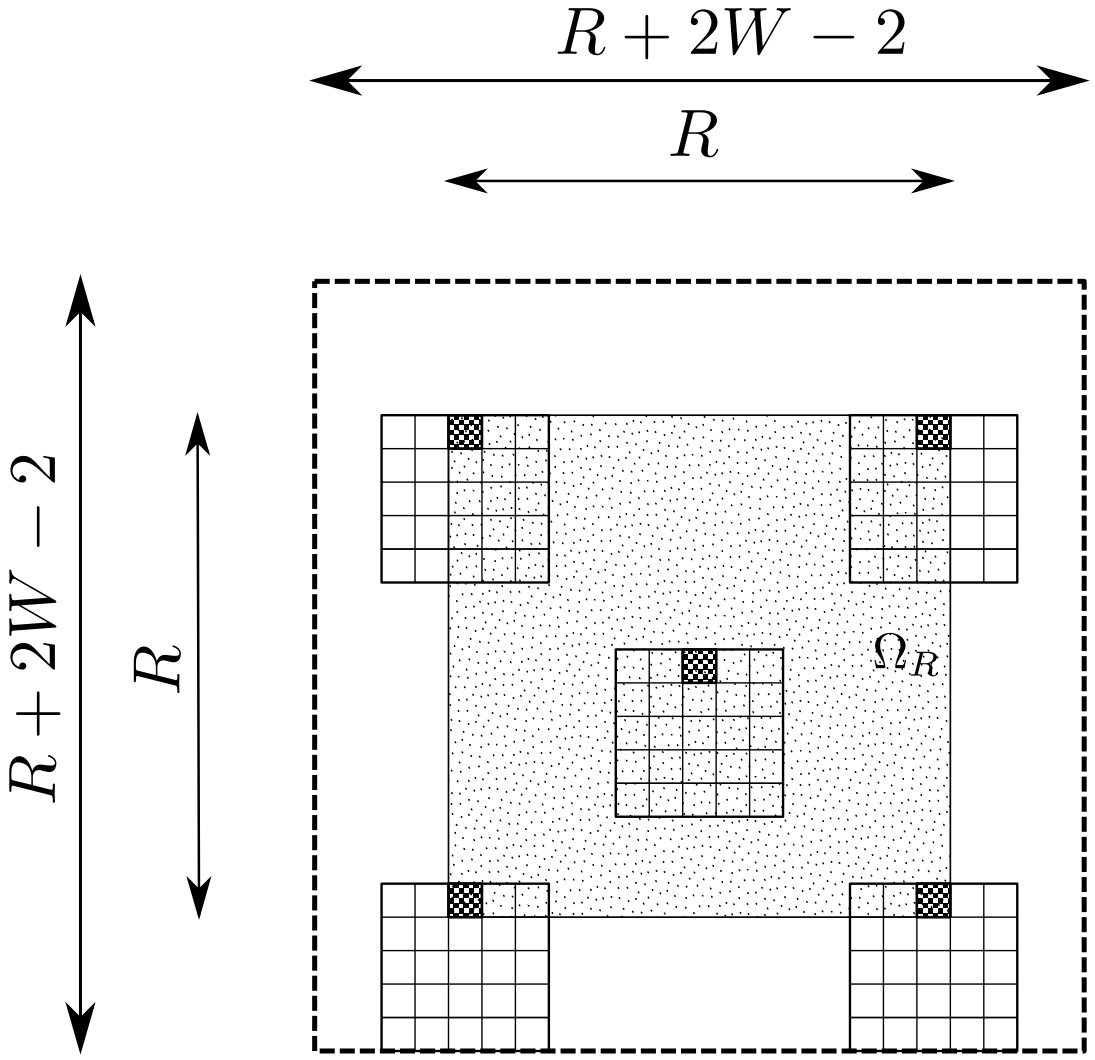
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



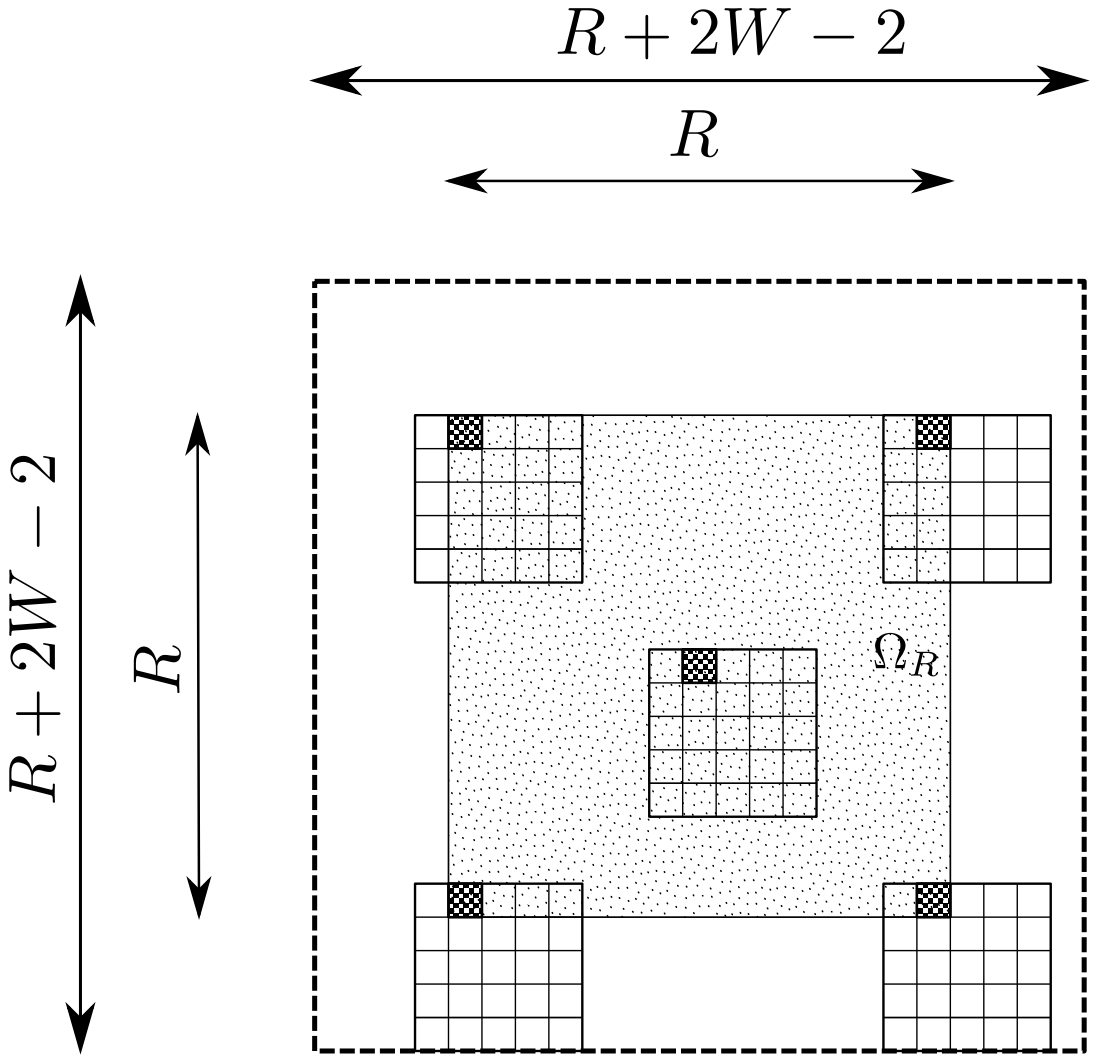
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



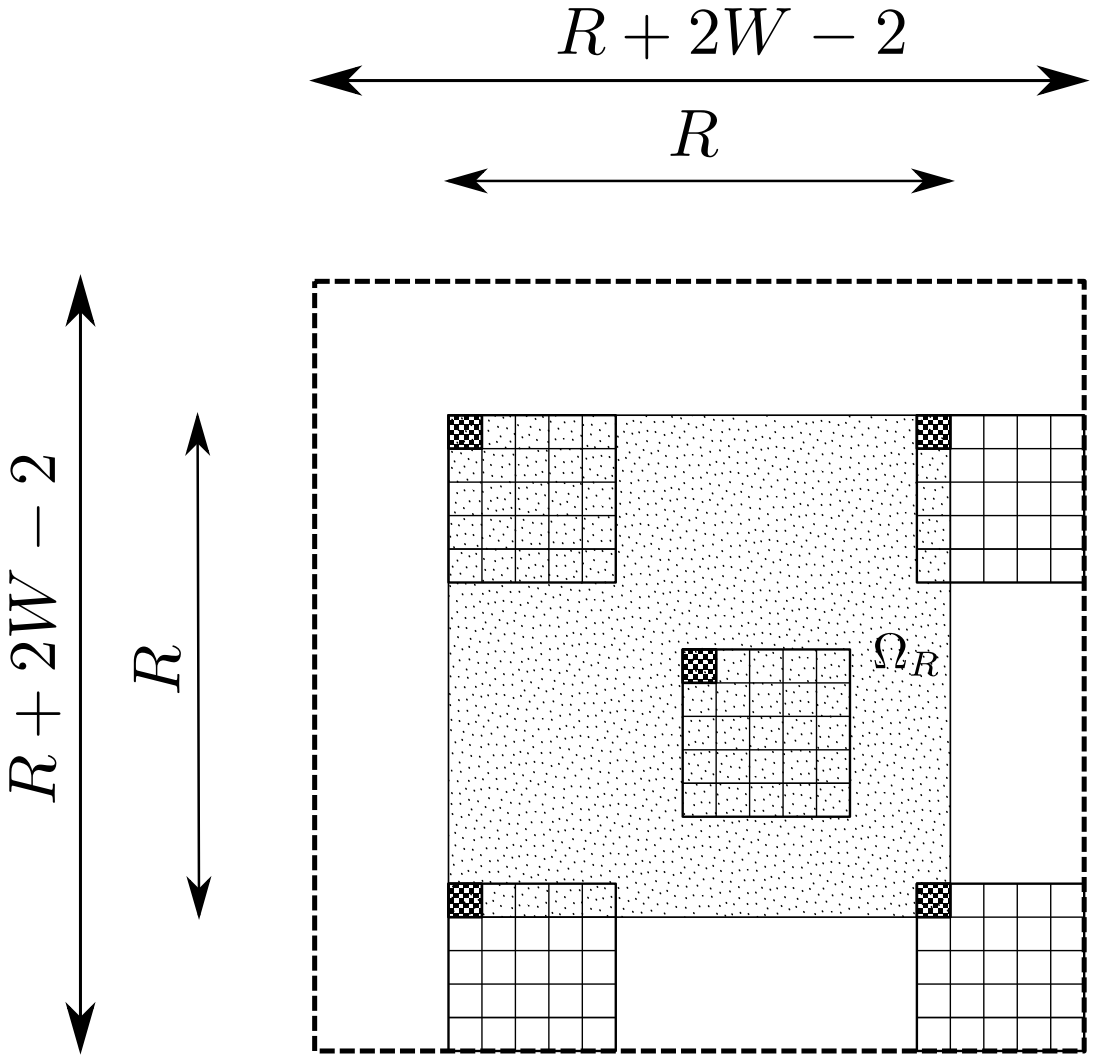
Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



Zone de Recherche, Poids et Patchs

Largeur de patch W=5, zone de recherche R=15



Reprojection Moyenne

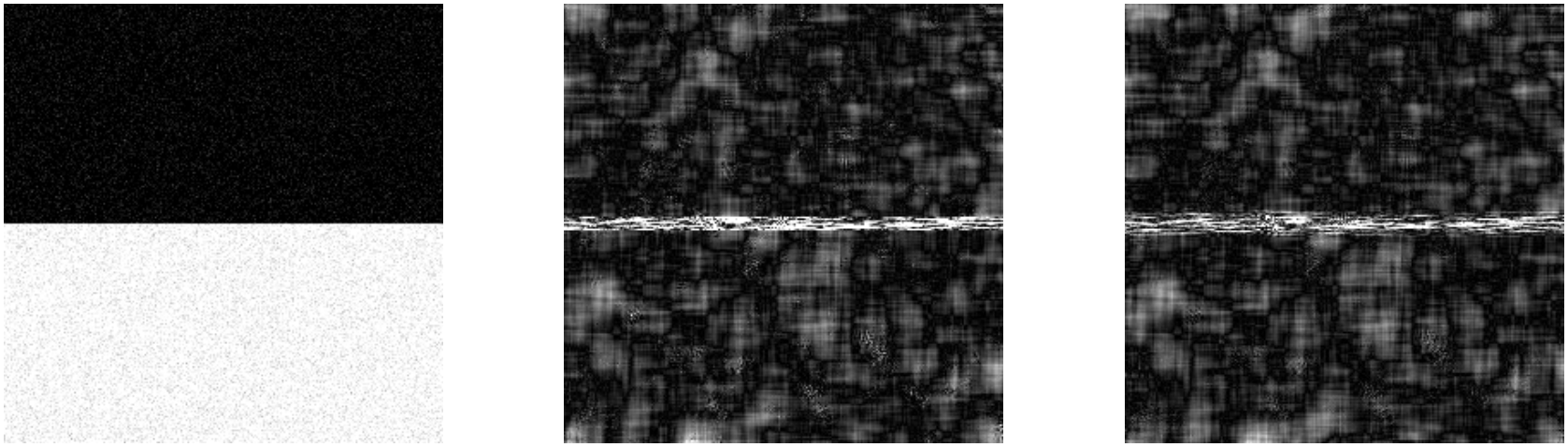
Chaque pixel appartient à W^2 patchs : profiter de tous les estimateurs !

Moyenne Uniforme [BCM05]

$$\widehat{I}_{\mathrm{Uae}}(i) = \frac{1}{W^2} \sum_{\delta \in [\![O, W-1]\!]^2} \widehat{P_{i-\delta}}^{I}(\delta)$$

- Parité de W quelconque
- Gains numériques importants

Reprojection Moyenne en pratique



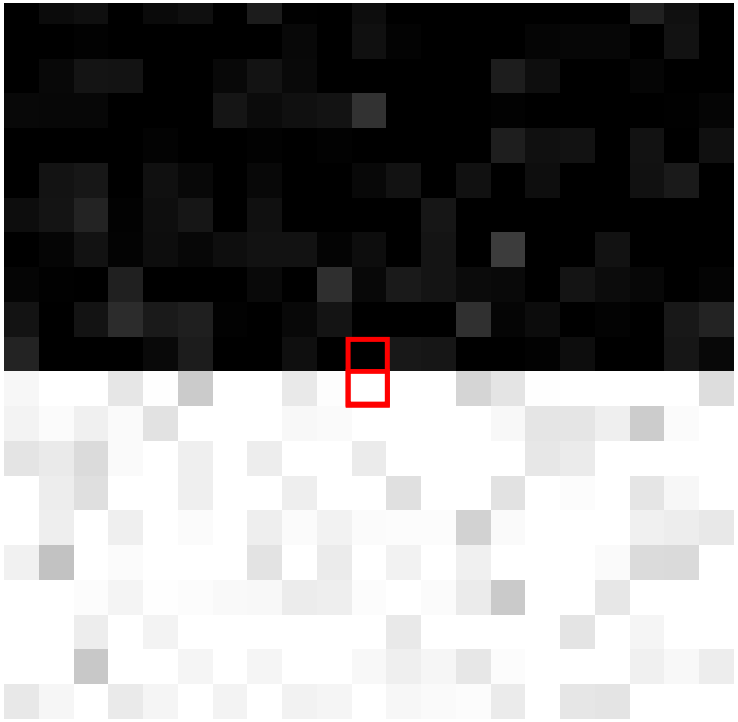
(a) Bruitée (b) Centrale PSNR $= 45.78$ (c) Moyenne PSNR $= 46,51$

(a) Bruitée (b) Centrale PSNR $= 27.60$ (c) Moyenne PSNR $= 28.65$

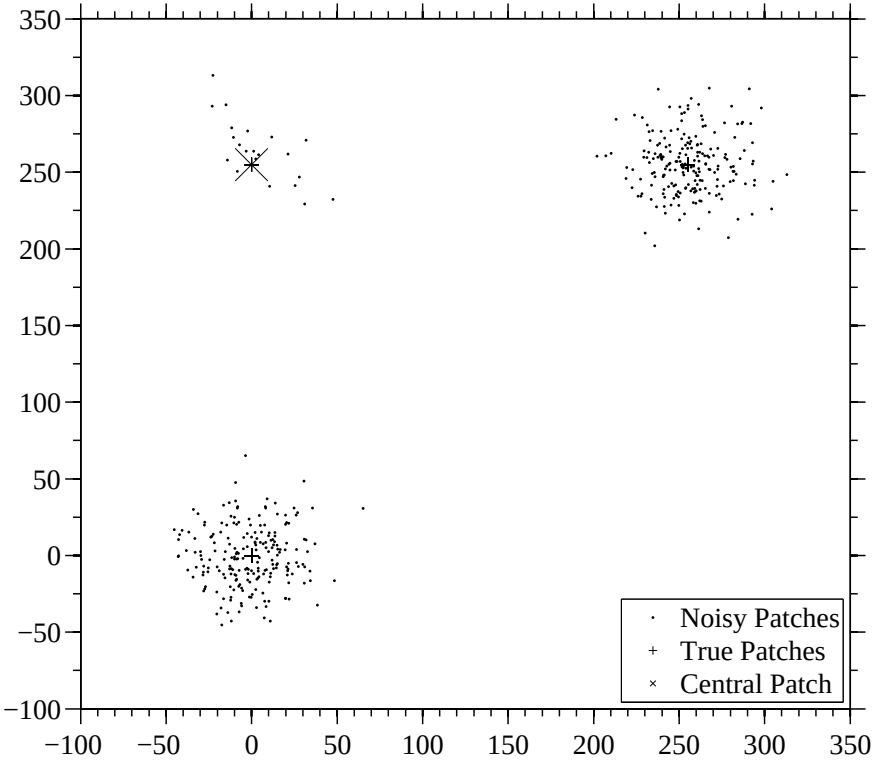
FIG.: (a) Image bruitée ($\sigma = 20$), (b) Reprojection Centrale , (c) Reprojection Moyenne, $R = 21$ (haut), 9 (bas) , $W = 9, h^2 = 2\sigma^2 q_{0.99}^{W^2}$.

Artefacts sur les Arrêtes II

Explication des Artefacts



(a) Zoom sur l'image jouet



(b) Répartition des patchs

FIG.: (a) Zone de recherche pour l'image jouet, ($R = 21 \times 21$, $\sigma = 20$), (b) Dispersions des patchs dans la zone de recherche (a). Les patchs sont verticaux de taille 2×1

Reprojection par Minimisation de la variance

Idée Naïve : supposer le biais négligeable, et prendre l'estimateur qui a la variance minimale

Variance Minimale

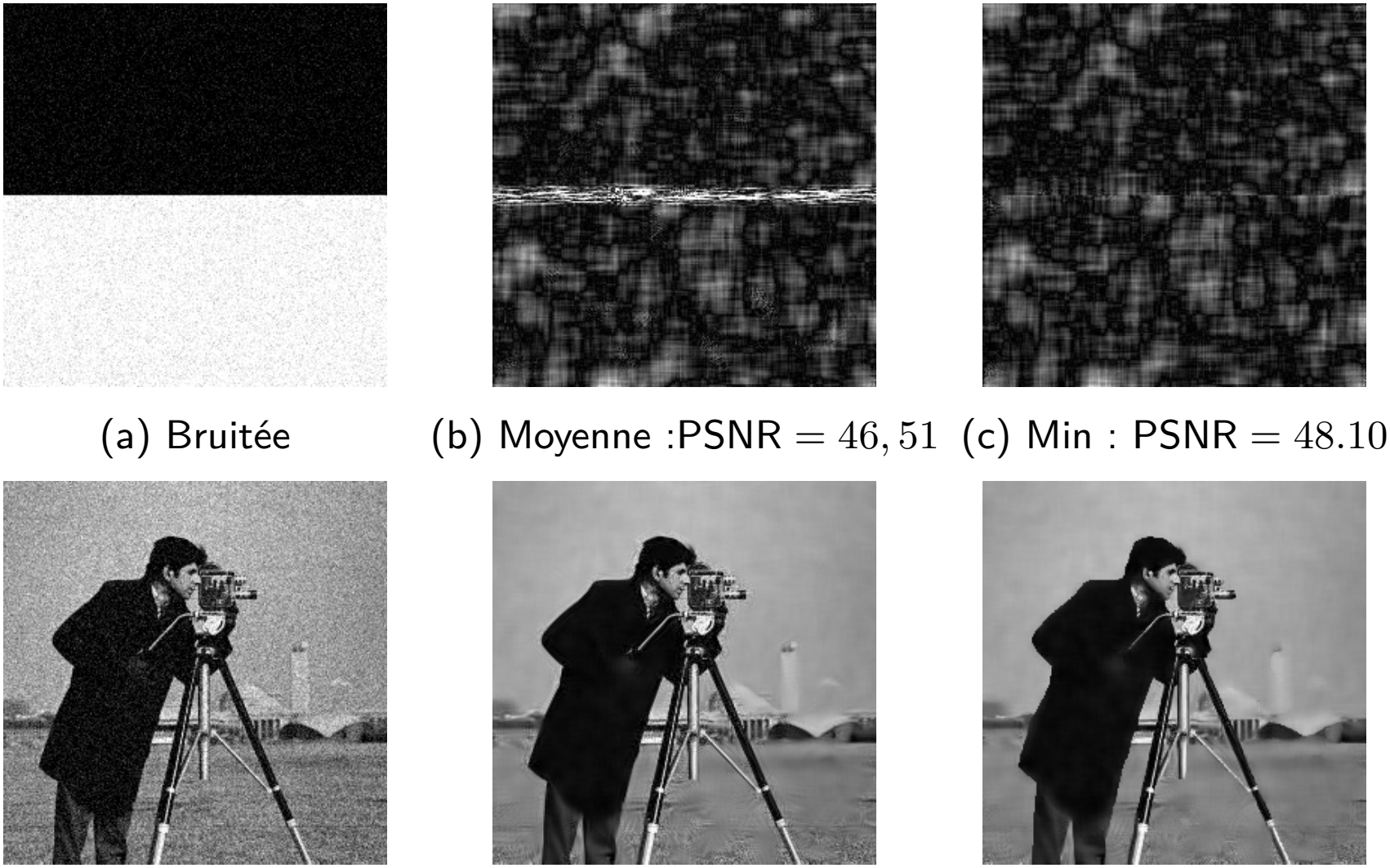
$$\widehat{I}_{\mathrm{Min}}(i) = \widehat{P_{i-\hat{\delta}}}^{I}(\hat{\delta})$$

avec

$$\hat{\delta} = \underset{\delta \in [\![O, W-1]\!]^2}{\arg\min} \ \mathrm{Var}\left(\widehat{P_{i-\delta}}^{I}(\delta)\right)$$

- Noyau plat : équivalent à prendre l'estimateur avec le plus de patchs-candidats sélectionnés

Reprojection par Minimisation de la Variance



(a) Bruitée (b) Moyenne :PSNR $= 46,51$ (c) Min : PSNR $= 48.10$

(a) Bruitée (b) Moyenne : PSNR $= 28.65$ (c) Min : PSNR $= 27.09$

FIG.: (a) Image bruitée ($\sigma = 20$), (b) Reprojection Moyenne , (c) Reprojection Min, $R = 21$ (haut), 9 (bas) , $W = 9, h^2 = 2\sigma^2 q_{0.99}^{W^2}$.

Bords crénelés

Reprojection pondérée selon la variance

Idée Naïve II : supposer le biais = 0, prendre la moyenne pondérée minimisant la variance (moyenne de sans biais = sans bias) :

Moyenne pondérée par la variance

$$\widehat{I}_{\mathrm{Wav}}(i) = \sum_{\delta \in [\![O, W-1]\!]^2} \beta^\star_\delta \widehat{P_{i-\delta}}^I(\delta)$$

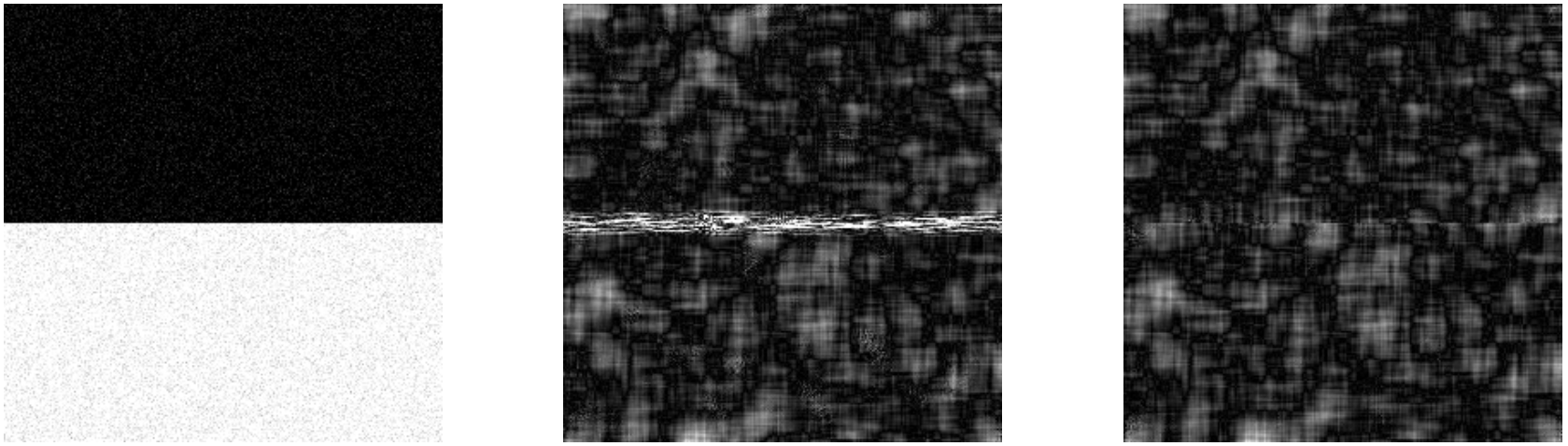
où $$(\beta^\star_\delta)_{\delta \in [\![O, W-1]\!]^2} = \underset{\beta \in \mathbb{R}^{W^2}}{\arg\min} \operatorname{Var}\left(\sum_{\delta \in [\![O, W-1]\!]^2} \beta_\delta \widehat{P_{i-\delta}}^I(\delta) \right)$$

sous la contrainte $$\sum_{\delta \in [\![O, W-1]\!]^2} \beta_\delta = 1$$

$$\beta_\delta \propto \left[\operatorname{Var}\left(\widehat{P_{i-\delta}}^I(\delta) \right) \right]^{-1}$$

- Noyau plat : pondérer les estimateurs par le nombre de candidats utiles sélectionnés.

Reprojection pondérée selon la variance



(a) Bruitée (b) Moyenne :PSNR $= 46,51$ (c) Min : PSNR $= 47,77$

(a) Bruitée (b) Moyenne : PSNR $= 28.65$ (c) Wav : PSNR $= 29.08$

FIG.: (a) Image bruitée ($\sigma = 20$), (b) Reprojection Moyenne , (c) Reprojection Wav, $R = 21$ (haut), 9 (bas) , $W = 9, h^2 = 2\sigma^2 q_{0.99}^{W^2}$.

Mieux non ?

Conclusion

Améliorations obtenues :

- Numériques (PSNR)
- Visuelles (PSNR)
- Exemple d'application des statistiques pour le traitement d'image ou informatique en général

Conclusion

Améliorations obtenues :

- Numériques (PSNR)
- Visuelles (PSNR)
- Exemple d'application des statistiques pour le traitement d'image ou informatique en général

Work in progress...

- Agréger différentes tailles/formes de patch
- Résultats théoriques : formalisme "Inégalités Oracle" (non-asymptotique)

Conclusion

Améliorations obtenues :

- Numériques (PSNR)
- Visuelles (PSNR)
- Exemple d'application des statistiques pour le traitement d'image ou informatique en général

Work in progress...

- Agréger différentes tailles/formes de patch
- Résultats théoriques : formalisme "Inégalités Oracle" (non-asymptotique)

References I

- N. Azzabou, N. Paragios, and F. Guichard.
  Image denoising based on adapted dictionary computation.
  In *ICIP*, pages 109–112, 2007.
- A. Buades, B. Coll, and J-M. Morel.
  A review of image denoising algorithms, with a new one.
  Multiscale Model. Simul., 4(2) :490–530 (electronic), 2005.
- A. Buades.
  Image and movie denoising by non local means.
  PhD thesis, Universitat de les Illes Balears, 2006.
- C. Kervrann and J. Boulanger.
  Optimal spatial adaptation for patch-based image denoising.
  IEEE Trans. Image Process., 15(10) :'2866–2878, 2006.
- G. Peyré.
  Image processing with nonlocal spectral bases.
  Multiscale Model. Simul., 7(2) :703–730, 2008.

References II

- J. Salmon.
  On two parameters for denoising with non-local means.
  IEEE Signal Process. Lett., 2010.
- D. Tschumperlé and L. Brun.
  Non-local image smoothing by applying anisotropic diffusion pde's in the space of patches.
  In *ICIP*, 2009.
- H. Takeda, S. Farsiu, and P. Milanfar.
  Kernel regression for image processing and reconstruction.
  IEEE Trans. Image Process., 16(2) :349–366, 2007.
- C. Tomasi and R. Manduchi.
  Bilateral filtering for gray and color images.
  In *ICCV*, page 839, Los Alamitos, CA, USA, 1998. IEEE Computer Society.